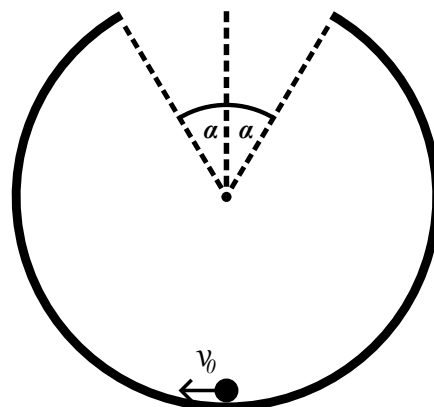


Figyelem! A teljes pontszám eléréséhez nem elegendő a megoldások számszerű közlése, levezetés és a logikai lépések szöveges indoklása is szükséges (pl. „Newton III. törvénye alapján...”)!

1. feladat

(11 pont)

Egy, a talajhoz rögzített R sugarú, függőleges síkú kör tetejéből 2α középponti szöghöz tartozó, a függőleges tengelyre szimmetrikus ív hiányzik, ahogyan az *ábra* is mutatja. A körív legalsó pontjáról egy kis testet indítunk el v_0 nagyságú vízszintes kezdősebességgel. A kis test a kör falán súrlódásmentesen csúszik. Miután eléri a körív legfelső pontját, arról leválik, majd az ív túlsó végét érintve „visszacsatlakozik”, és a körív belsejében folytatja útját. Legyen $\alpha > 0$ és $v_0 = \sqrt{kgR}$, ahol k egy pozitív valós szám.

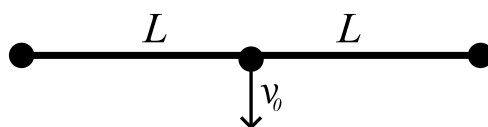


- (a) Mekkora α esetén valósulhat meg a mozgás, ha $k = 5$?
- (b) Legalább mekkora k esetén jöhet létre a mozgás? Mekkora az ehhez tartozó α szög?

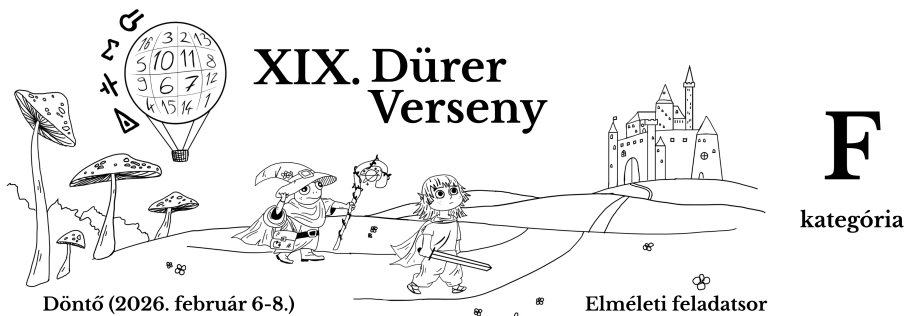
2. feladat

(14 pont)

Három m tömegű, pontszerű, Q töltésű test egy súrlódásmentes, vízszintes asztalon helyezkedik el. A testek kezdetben egy vonalban, nyugalomban vannak. A középső testet a szélső kettővel egy-egy L hosszúságú, elhanyagolható tömegű, töltetlen, szigetelő anyagból készült feszes kötél köti össze, ahogyan az *ábra* is mutatja. Egy óvatlan pillanatban a középső testet v_0 sebességgel meglökjük a kötelekre merőleges irányban. Mekkora lesz a mozgás során a két szélső test közötti legkisebb távolság?



Útmutatás: Feltehetjük, hogy a mozgás során a kötelek végig feszesek.

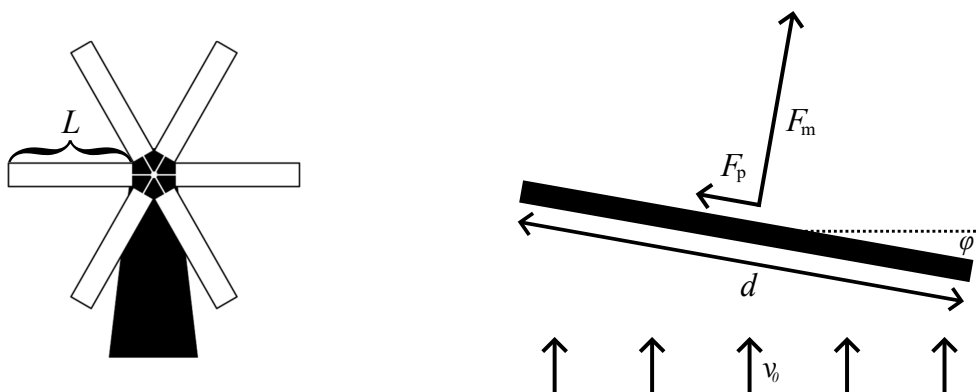


3. feladat

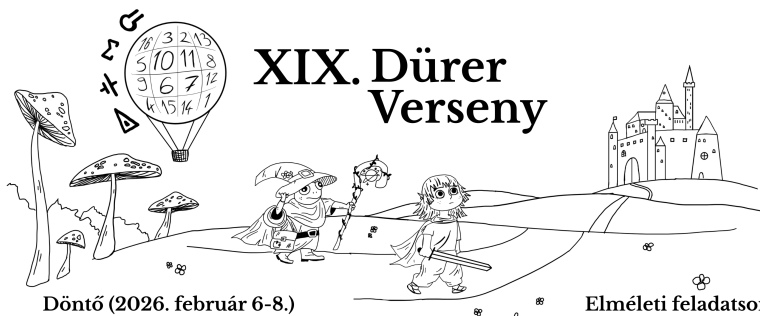
(15 pont)

Egy mesevilág mezején szélmalmot építenek. A mezőn a levegő sűrűsége ρ , és v_0 sebességű szél fúj mindig ugyanabból az irányból. A szélmalmot ezzel az iránnyal szembe építik. Az L magasságú, d szélességű lapátok a forgás síkjához képest kis φ szöggel be vannak döntve. Egy ferdén álló lapátra ható légellenállási erő kezelhető két külön erőként. Az egyik a lapra merőleges, a másik pedig azzal párhuzamos. A *bal oldali ábrán* a szélmalom látható szemből, míg a *jobb oldali ábra* a legfelső lapátra ható légellenállási erő felbontását mutatja felülnézetből abban az állapotban, amikor ez a lapát függőlegesen felfelé áll. Kis φ esetén a két irányhoz tartozó áramlási tényezők a következő formulákkal jól közelíthetők: a lappal párhuzamos légellenállás áramlási tényezője $C_p(\varphi) \approx 2\pi\varphi$, míg a lapra merőleges légellenállás áramlási tényezője $C_m(\varphi) \approx a - b\varphi^2$, ahol a és b állandók.

- A szélkerék álló helyzetből indulásakor mekkora és milyen irányú forgatónyomaték hat a kerékre? Tegyük fel, hogy a kerék páros sok (N darab) lapátból áll, és ezek egyenletesen helyezkednek el.
- Egy humoros mérnök azon gondolkodik, mi lenne, ha csak egy lapátot raknának a szélmalomra. Mi ezzel a probléma? Mekkora és milyen irányú lesz ebben az esetben induláskor a lapát által generált forgatónyomaték?



Útmutatás: A légellenállási erőt az $F_d = A\rho C v^2/2$ összefüggéssel számoljuk, ahol ρ a közeg sűrűsége, A az áramlásra merőleges keresztmetszet, C a vizsgált test áramlási tényezője, v pedig a közeg sebessége.



F

kategória

4. feladat

(13 pont)

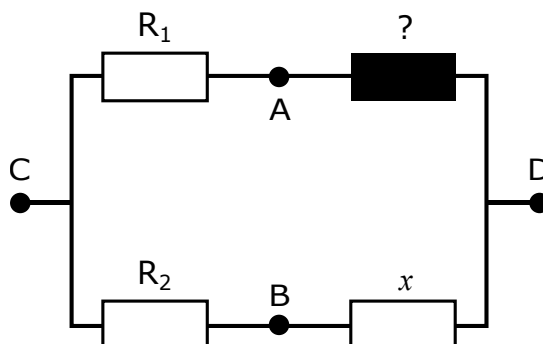
Adott egy felfújott állapotában V térfogatú, jó hőszigetelő anyagból készült, alul nyitott ballon, melynek aljára egy kosár van rögzítve. A ballon és a kosár össztömege m_0 , a levegő hőmérséklete és nyomása a ballonon belül mindenütt azonos. A külső levegő hőmérséklete minden magasságban T_0 , sűrűsége pedig a talaj felett z magasságban $\varrho(z) = \varrho_0 - \alpha z$, ahol $\alpha > 0$, $z < \varrho_0/\alpha$.

- Mekkora hőmérsékletre kell felmelegíteni a ballonban lévő levegőt, hogy éppen felemelkedjen a talajról?
- A hőlégballonnal úgy repülnek, hogy a talajon rögzített állapotban T_1 hőmérsékletre melegítik a benne található levegőt, majd bezárják a nyílást, tovább nem melegítik, és eloldják a rögzítést. Milyen magasra repül így a ballon? Mennyi idő alatt jut ebbe a magasságba?

5. feladat

(12 pont)

A *Titkok Kamrájának* bejáratához érve Harrynek meg kell határoznia az x -szel jelölt ellenállás értékét az ábrán látható elátkozott áramkörben. Csupán két ellenállás értéke ismert, ezek R_1 és R_2 . Harry tudja azt is, hogy a kérdőjellel jelölt elem egy mágikus feketedoboz, amely pont úgy néz ki belülről, mint az ábrán látható áramkör (tehát a belsejében van négy ellenállás, melyek közül az egyik szintén egy ugyanilyen feketedoboz, amelyben szintén van négy ellenállás, stb.). A rendszer C és D pontjai közé U_0 feszültségű telep van bekötve. Ekkor egy feszültségmérőt kapcsolva az ábra szerinti A és B pontok közé, szerencsés főhősünk örömmel látja, hogy a készülék 0 V -ot jelez. Gyors fejszámolás után be is jut a kamrába, és már viszi is Hagridnak a kolbászt. Mekkora volt x értéke, amit Harry helyesen kiszámolt?



Használható segédeszközök: író- és rajzolóeszközök, számológép, függvénytáblázat.

A feladatok megoldására 180 perc áll a csapatok rendelkezésére.

Sikeres versenyzést kívánnak:

a szervezők