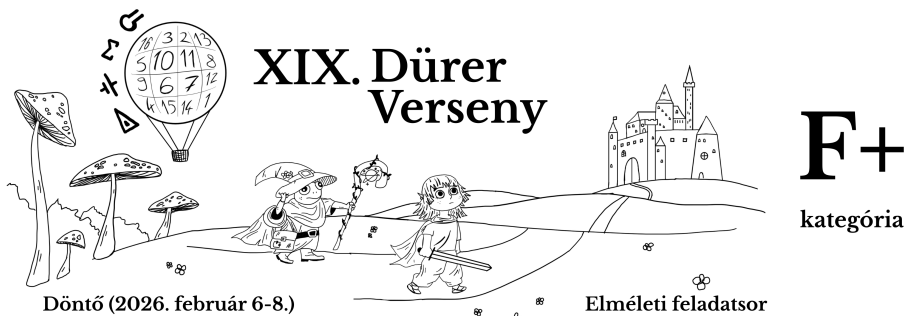




**Figyelem!** A teljes pontszám eléréséhez nem elegendő a megoldások számszerű közlése, levezetés és a logikai lépések szöveges indoklása is szükséges (pl. „Newton III. törvénye alapján...”)!

## 1. feladat (13 pont)

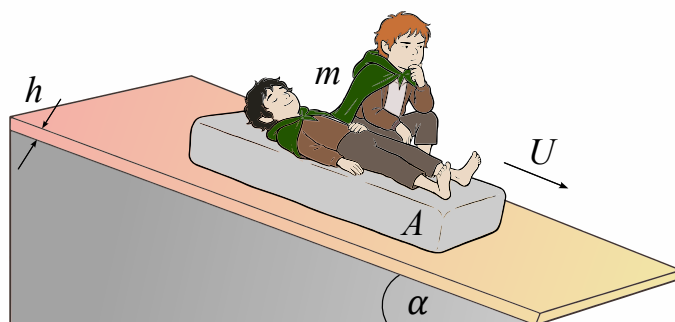
Miután Frodó és Samu belevetették az *Egy Gyűrűt* a *Végzet Hegyének* katlanába, a meneküléshez nem maradt más választásuk, minthogy az  $\alpha$  hajlásszögű hegyoldalon lecsorgó láván utazzanak. Ehhez egy nagy méretű,  $A$  alapterületű lapos kő ugrottak, mely hosszú idő után állandó  $U$  nagyságú sebességgel halad az egyenletes  $h$  vastagságú és  $\rho$  sűrűségű lávarétegen, ahogyan az *ábra* is mutatja. Miközben Frodóban ismét felderengenek a *Megye* rég nem látott képei, Samu elgondolkozik, hogy vajon ki lehetne-e számítani a láva dinamikai viszkozitását a korábbi paraméterek felhasználásával, amennyiben ismert, hogy a kő és a hobbitok együttes tömege  $m$ . Segítsünk Samunak megoldani a problémát!

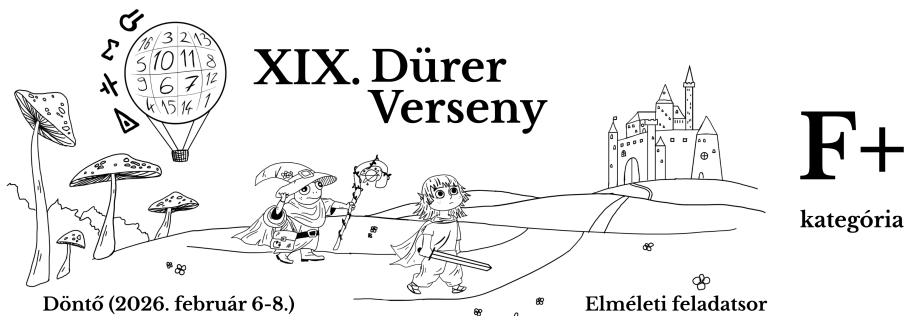
*Útmutatás:* A megoldás során szükségünk lehet rá, hogy egy összenyomhatatlan newtoni folyadék lamináris áramlása esetében az egyes folyadékrétegek között fellépő (folyadékfelszínnel párhuzamos) úgynevezett nyíróerő a következő alakban írható egydimenziós,  $x$  irányú áramlás esetében:

$$F_{\text{viszk}} = \mu A_h \frac{\Delta u}{\Delta y},$$

ahol  $\Delta u$  a szomszédos rétegek közötti  $x$  irányú sebességkülönbség,  $\Delta y$  a réteg sebességre mérőlegesen vett vastagsága,  $A_h$  a rétegek közötti határfelület,  $\mu$  pedig a folyadék dinamikai viszkozitása. További hasznos gondolat lehet, hogy állandósult állapotú, lamináris áramlás esetén a folyadék bármely kis darabja egyensúlyban van.

*Megjegyzés:* A mordori lávát tekinthetjük az *útmutatásban* leírt módon jellemezhető folyadéknak. A megoldás során a lapos kő lávába történő bemerülését hanyagoljuk el, továbbá feltételezhetjük, hogy a kő együtt mozog a láva legfelső rétegével.





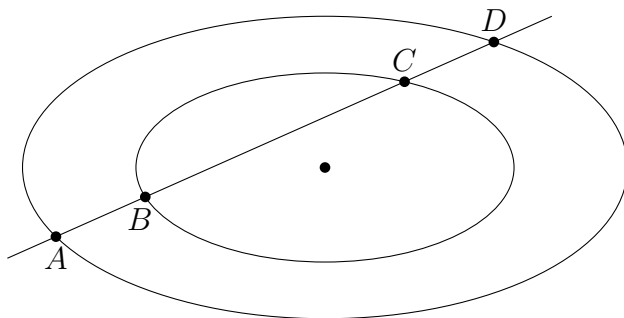
**F+**  
kategória

## 2. feladat

(17 pont)

A dűránuszi csillagászok megfigyelték egy távoli,  $M$  tömegű, egyenletes tömegeloszlású galaxist. A galaxis alakja forgástengelye irányában jelentősen lapított, de nem elhanyagolhatóan lapos forgási ellipszoid,  $R$  nagyságú fél nagytengellyel. A galaktikus sík egybeesik a miénkkel. A vöröseltolódás-mérések alapján a galaxis két szélén a látóirányú sebességek  $v_A$  és  $v_B$ . Határozzuk meg a csillagászok mérései alapján a galaxis teljes mozgási energiáját!

Útmutatás: Két koncentrikus, hasonló ellipszisre az ábra alapján:  $\overline{AB} = \overline{CD}$  teljesül.



## 3. feladat

(10 pont)

A nagy múltú *Roxfort Boszorkány- és Varázslóképző Szakiskola* csővezetékeiben a kóborló baziliszkuszok mellett kevésbé érdekes, azonban „hasznóan” veszedelmes dolgok is vannak, például vízkő. A vízkő, bár elsőre ártalmatlannak tűnik, ha lerakódik (például csővezetékben), akkor keresztmetszet-csökkenést okoz, ezzel növelve az úgynevezett *kavitáció* kialakulásának esélyét. A kavitáció jelensége akkor lép fel, ha a folyadékban a nyomás a telítési gőznyomás alá kerül (határesetben éppen eléri azt), ekkor ugyanis gőzbuborékok keletkeznek. Ezek a buborékok tovább haladnak a folyadékkal, magasabb nyomású szakaszra érve hirtelen összeomlanak, ezzel energiát szabadítva fel és roncsolva a csővezeték falát. Ezt a jelenséget a varázsvilágban kevésbé ismerik, így a Ti segítségeket kérik!

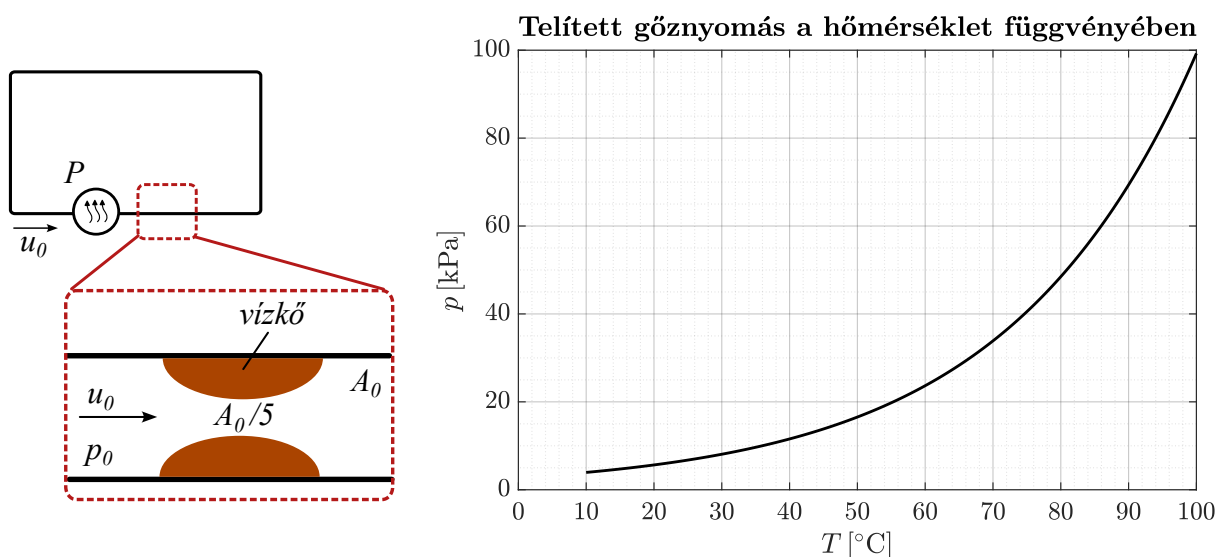
Tekintsük az iskolai melegvíz-hálózat egy, az ábrán látható zárt keringtetőrendszerét. Ebben az elrendezésben folyamatosan  $m$  tömegű,  $\rho$  sűrűségű vizet áramoltatnak  $u_0$  tervezett sebességgel, és  $p_0$  tervezett nyomáson. A víz melegítését a csőbe épített  $P$  teljesítményű elektromos fűtőelem biztosítja. Feltételezhetjük, hogy a keringtetett víz hőmérséklete kizárólag a fűtőelemen áthaladva változik, maga a rendszer tökéletesen hőszigetelt és veszteségmentes. A csővezeték egy kritikus szakaszán (közvetlenül a fűtőelem után) az eredetileg  $D_0$  átmérőjű csőkeresztmetszet vízkőlerakódás következtében az eredeti keresztmetszeti terület ötödére csökkent. Legfeljebb mennyi ideig keringtethető a rendszerben a kezdetben  $T_0$  hőmérsékletű víz, hogy elkerüljük a kavitáció kialakulását?

Adatok:  $m = 500$  kg,  $\rho = 1000$  kg/m<sup>3</sup>,  $u_0 = 3$  m/s,  $p_0 = 150$  kPa,  $P = 20$  kW,  $D_0 = 50$  mm,  $T_0 = 20$  °C, továbbá a víz fajhője  $c_v = 4180$  J/kg°C.



**F+**  
kategória

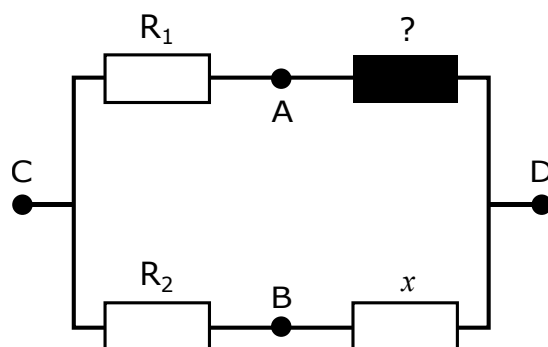
*Megjegyzés:* A „tervezett” sebesség és nyomásértékek az eredeti  $D_0$  átmérőjű csővezetékre vonatkoznak. A megoldás során feltételezhetjük, hogy a víz összenyomhatatlan folyadék; továbbá tekintsünk el a folyadék és a csövek hőtágulásától. A keringtetőrendszer pozíciója vízszintes.

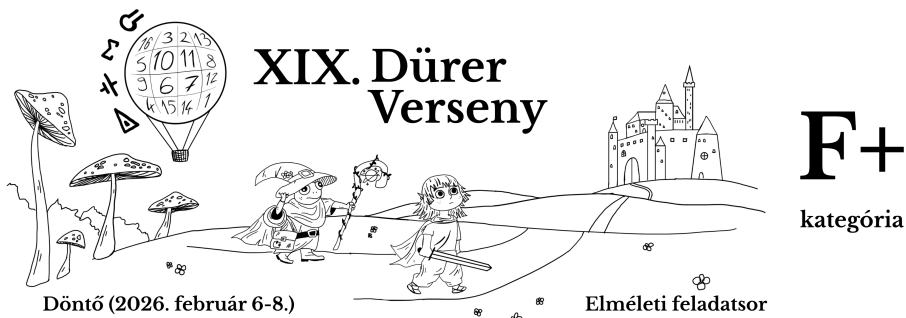


#### 4. feladat

(10 pont)

A *Titkok Kamrájának* bejáratához érve Harrynek meg kell határoznia az  $x$ -szel jelölt ellenállás értékét az ábrán látható elátkozott áramkörben. Csupán két ellenállás értéke ismert, ezek  $R_1$  és  $R_2$ . Harry tudja azt is, hogy a kérdőjellel jelölt elem egy mágikus fekete-doboz, amely pont úgy néz ki belülről, mint az ábrán látható áramkör, azzal az egy különbséggel, hogy benne minden ellenállásérték meg van szorozva egy  $\alpha > 0$  konstanssal. Tehát a doboz belsejében van négy ellenállás:  $\alpha R_1, \alpha R_2, \alpha x$ , valamint egy hasonló tulajdonságú doboz, amely szintén  $\alpha$ -val szorozza a benne lévő ellenállásokat a körülötte lévőkhöz képest. Tehát az  $i$ . doboz belsejében az ellenállások  $\alpha^i R_1, \alpha^i R_2, \alpha^i x$ , és egy doboz. A rendszer  $C$  és  $D$  pontjai közé  $U_0$  feszültségű telep van bekötve. Ekkor egy feszültségmérőt kapcsolva az ábra szerinti  $A$  és  $B$  pontok közé, szerencsés főhősünk örömmel látja, hogy a készülék 0 V-ot jelez. Gyors fejszámolás után be is jut a kamrába, és már viszi is Hagridnak a kolbászt. Mekkora volt  $x$  értéke, amit Harry helyesen kiszámolt?





## 5. feladat

(15 pont)

Adott pillanatban egy pontból elindítunk két  $m$  tömegű részecskét. Az elsőnek kicsiny  $q > 0$  töltése és  $\mathbf{v}_0$  kezdősebessége van, a másodiknak  $4q$  töltése és  $-2\mathbf{v}_0$  kezdősebessége. A részecskékre egyetlen erő hat, mely a kiindulóponttól  $\mathbf{r}_0$  távolságra lévő rögzített  $Q < 0$  töltéstől származó elektrosztatikus kölcsönhatás. Legkorábban mennyi idő múlva találkoznak, ha az első részecske periódusideje  $T$ ?

*Megjegyzés:* A megoldás során a kicsiny töltések közötti elektrosztatikus kölcsönhatást hanyagoljuk el.

*Használható segédeszközök: író- és rajzolóeszközök, számológép, függvénytáblázat.*

*A feladatok megoldására 180 perc áll a csapatok rendelkezésére.*

Sikeres versenyzést kívánnak:

a szervezők