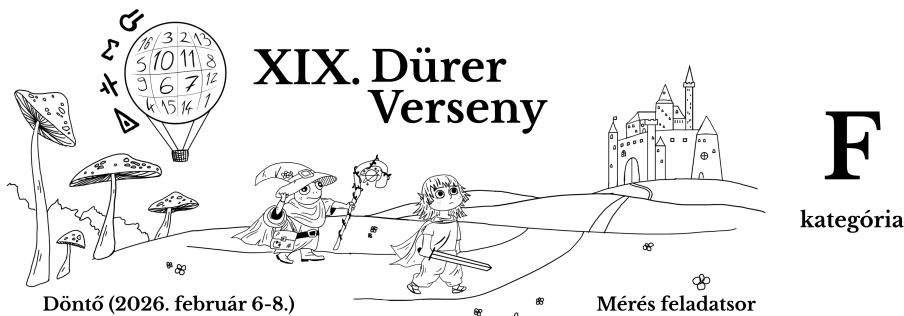




Figyelem! A teljes pontszám eléréséhez nem elegendő a megoldás számszerű közlése, a mérés lépéseit tartalmazó jegyzőkönyv és a végeredmény hibájára vonatkozó becslés is szükséges!

A mérés célja

A mérés során egy Bunsen-állványra akasztott matematikai inga lengését vizsgáljuk különböző damilhosszak mellett. A damil hosszának a lengésidőhöz képest lassú változtatása esetén bizonyos mennyiségek megmaradnak a mozgás során, ezek meghatározása a célunk.

Elméleti bevezető

A matematikai inga egy elhanyagolható tömegű, ℓ hosszúságú fonalra függesztett, m tömegű pontszerű testből áll, amelyre szabad erőként csak a nehézségi erő hat. Az inga nyugalmi helyzetéhez képest egy adott időpillanatban a függőlegessel bezárt szöget nevezzük szögkitérésnek (φ). Kis szögek esetén az inga elmozdulását vízszintessel közelítjük, és egy adott magasságban a vízszintes kitérést (x) vizsgálhatjuk. Ennek maximuma az amplitúdó (A).

Mérési eszközök

A mérés során rendelkezésünkre áll egy *Bunsen-állvány*, melynek rúdjaához egy gyűrű van rögzítve. Adott még egy *vékony damil*, illetve két *nehézék*, melyekből a damilt a gyűrűn átvetve inga készíthető. Rendelkezésre áll egy *szigetelőszalag* a damil jelöléséhez, emellett adott egy *vonalzó*, mellyel a kitérés amplitúdója mérhető és egy *milliméterpapír* az ábrázoláshoz.

Elméleti feladatok

1. feladat

(6 pont)

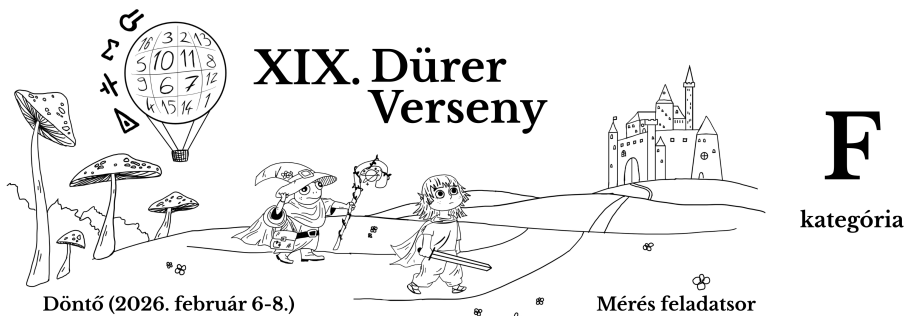
Tekintsük a fent ismertetett matematikai ingát, amely a $t = 0$ pillanatban $\varphi_{\max} \ll 1$ rad szögkitéréssel, nyugalomból indul. A rendszer paramétereinek lassú változtatása esetén definiálható egy I fizikai mennyiség, az *adiabatikus invariáns*, amely a mozgás során közelítőleg állandó. Ennek alakja a kis kitérésű fonálinga esetén

$$I = mg^{1/2} \ell^{2\alpha} \varphi_{\max}^2,$$

ahol α egy alkalmasan választott kitevő. A fenti megmaradási tételt felhasználva vezessük le a maximális szögkitérés logaritmusa és az inga hosszának logaritmusa közti

$$\ln(\varphi_{\max}) = \frac{1}{4} \ln\left(\frac{I^2 \ell_0^{4\alpha}}{m^2 g}\right) - \alpha \ln\left(\frac{\ell}{\ell_0}\right)$$

összefüggést! Itt ℓ_0 a fonál kezdeti hosszát jelöli, de helyettesíthető lenne bármilyen más hosszúságdimenziójú paraméterrel is.



Mérési feladatok

2. feladat

(5 pont)

Kezdeként a szigetelőszalagból levágott apró darabok segítségével 10 cm-es beosztással jeleljük meg a damilnak kb. 1 m-es szakaszát, majd készítsük el az ingát, a Bunsen-állványt az asztal szélére helyezve. A damil egyik végére kössük rá a súlyt, másik végét vessük át az állvány rúdján és tartsuk kézben, hogy a hosszát változtatni lehessen. A feladat során végig kis kitéréseket használjatok, és óvatosan változtassátok a damil hosszát, **ne vágjátok el a kezetek!**

Állítsuk az inga hosszát a lehető legnagyobbra, majd mérjük meg ekkor a lelógó damil hosszát (ℓ_0). Ezután térítsük ki az ingát, és a vonalzó segítségével az asztal magasságában olvassuk le a lengés amplitúdóját (A). Lassan rövidítve a damil hosszát, olvassuk le a jelölések segítségével, hogy különböző ingahosszakhoz mekkora amplitúdók tartoznak, ezeket jegyezzük fel a *mellékelt táblázatba*! Számoljuk ki a teljes lengési hosszt minden adatpontnál, illetve a maximális szögkitérés tangensét, majd a maximális szögkitérést!

3. feladat

(10 pont)

Végezzük el a *2. feladat* lépéseit úgy, hogy a legrövidebb lehetséges damilhosszal kezdünk, és folyamatosan növeljük az inga hosszát! Ezután ismételjük meg még egyszer ezt, vagy a *2. feladat* lépéseit, ezt a döntést a csapatra bízzuk.

4. feladat

(14 pont)

Az *1. feladat* alapján az adatokat a megfelelő koordináta-rendszerben ábrázolva egyenes illeszthető az adatpontokra. Számoljuk ki a szükséges mennyiségeket, majd ábrázoljuk így a mérési eredményeinket. A három mérési sorozat eredményeit egy milliméterpapíron szemléltessük, különböző színek vagy jelöléseket használva. Illesszünk az ábrázolt adatpontokra egyenest, határozzuk meg a meredekségét és az y -tengelymetszetét.

A legjobbnak vélt egyenes mellett illesszük még minden mérési sorozatnál azokat az előzőtől legjobban eltérő egyeneseket is, amelyek még „hihetők”, azaz éppen áthaladnak nagyjából az összes adatponton! Határozzuk meg ezek meredekségeit és tengelymetszeteit is, majd számoljuk ki belőlük α értékének bizonytalanságát!

Adjuk meg a különböző mérési sorozatokból kapott α értékeket bizonytalanságukkal együtt. Diskutáljuk mérésünk pontatlanságát, írjuk le, milyen effektusok okozhatták a mérési sorozatok közti eltérést. Diskutáljuk a tengelymetszetre kapott eredményeket is.

Segítség: Az α paraméter bizonytalansága meghatározható úgy, hogy kiszámoljuk a hozzá tartozó minimális és maximális értékeket, de alkalmazhatjuk a hibaterjedés szabályait is.



F

Döntő (2026. február 6-8.)

[illegible]

A mérés elvégzésére és a jegyzőkönyv megírására 120 perc áll a csapatok rendelkezésére.
Sikeres versenyzést kívánnak:

a szervezők