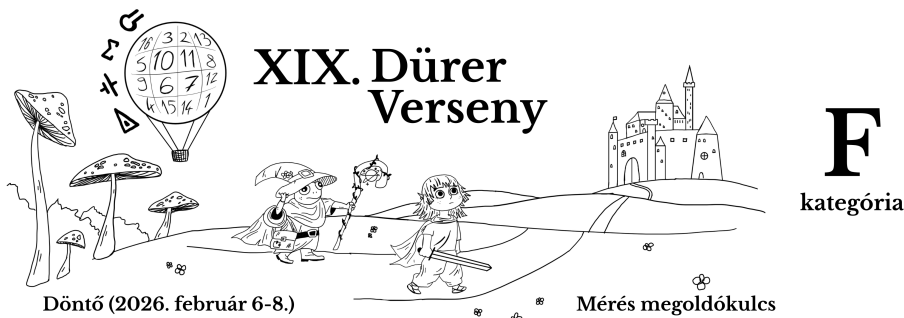




Elméleti feladatok

1. feladat

Az adiabatikus invariáns feladatban megadott képletét és annak mozgásállandó tulajdonságát felhasználva a szögamplitúdó kifejezhető, mint a fonál hosszának függvénye:

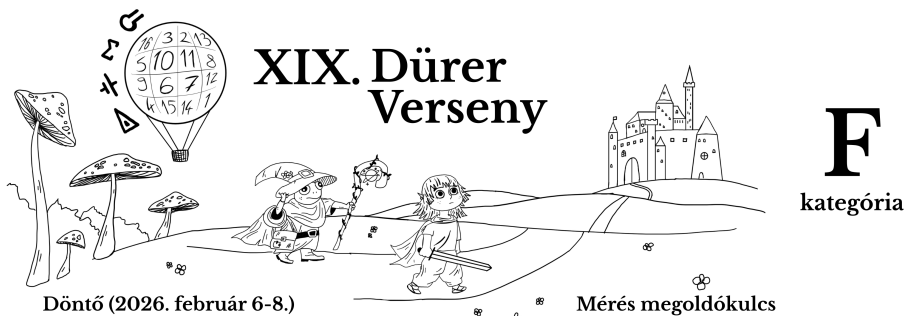
$$\varphi_{\max} = \sqrt[4]{\frac{I^2}{m^2 g \pi^2}} \cdot \ell^{-\alpha}. \quad (1)$$

Mindkét oldal természetes alapú logaritmusát véve a következő összefüggésre jutunk:

$$\ln(\varphi_{\max}) = \frac{1}{4} \ln\left(\frac{I^2}{m^2 g \ell^{4\alpha} \pi^2}\right). \quad (2)$$

A jobb oldali logaritmus argumentumában szereplő törtet bővíthetjük a kezdeti ℓ_0 fonálhossz 4α -dik hatványával. Ezt követően logaritmikus azonosságokat felhasználva a jobb oldal különbséggé alakítható:

$$\ln(\varphi_{\max}) = \frac{1}{4} \ln\left(\frac{I^2}{m^2 g \ell_0^{4\alpha} \pi^2}\right) - \alpha \ln\left(\frac{\ell}{\ell_0}\right). \quad (3)$$



F
kategória

Mérési feladatok

Minden damilhossz esetén feljegyeztük az amplitúdókat az utasításoknak megfelelően, ezek az 1. táblázatban láthatóak.

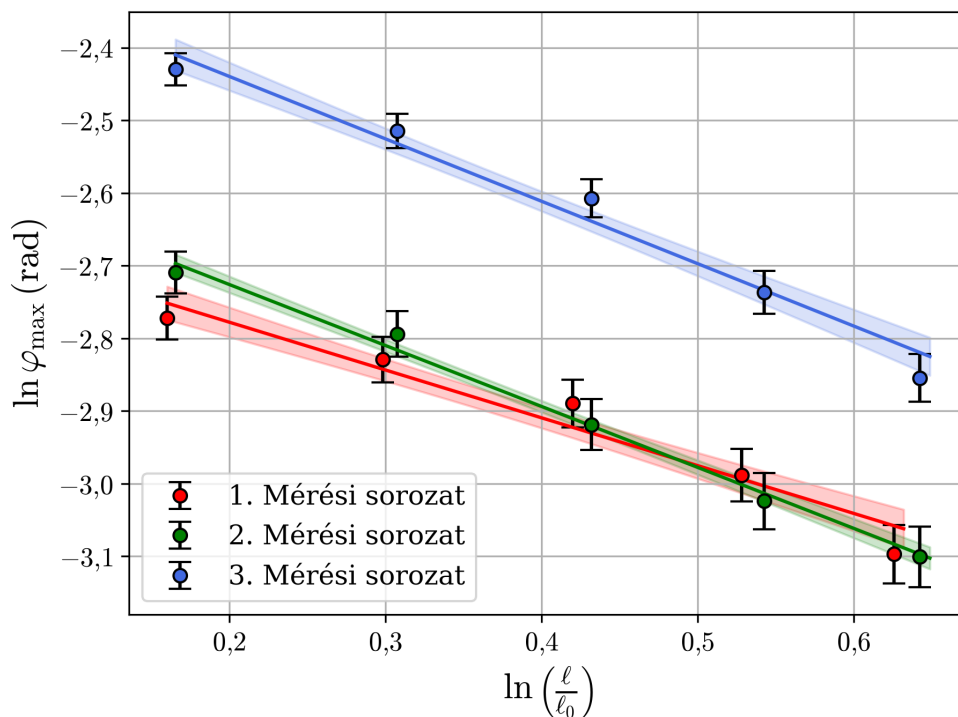
ℓ_0 [cm]	$\Delta\ell$ [cm]	A [cm]	ℓ [cm]	$\text{tg } \varphi_{\max}$	$\varphi_{\max}$ [rad]
57,5	10	3,6	67,5	0,063	0,063
57,5	20	3,4	77,5	0,059	0,059
57,5	30	3,2	87,5	0,056	0,056
57,5	40	2,9	97,5	0,050	0,050
57,5	50	2,6	107,5	0,045	0,045
55,5	10	3,7	65,5	0,067	0,067
55,5	20	3,4	75,5	0,061	0,061
55,5	30	3,0	85,5	0,054	0,054
55,5	40	2,7	95,5	0,049	0,049
55,5	50	2,5	105,5	0,045	0,045
55,5	10	4,9	65,5	0,088	0,088
55,5	20	4,5	75,5	0,081	0,081
55,5	30	4,1	85,5	0,074	0,074
55,5	40	3,6	95,5	0,065	0,065
55,5	50	3,2	105,5	0,058	0,058

1. táblázat. Bal oldalon a három mérési sorozat eredménye, ahol ℓ_0 a vonalzó és a felfüggesztés távolsága, $\Delta\ell$ a vonalzó és a súly távolsága, A a vonalzon mért kitérés. Jobb oldalon az ezekből számolt adatok: az ℓ teljes lengési hossz, valamint a $\varphi_{\max}$ maximális kitérés szög és annak tangense.

A vonalzó magasságában a damilhossz ℓ_0 , így a $\varphi_{\max}$ szöget az alábbi módon számolhatjuk:

$$\varphi_{\max} = \text{arctg} \left(\frac{A}{\ell_0} \right). \quad (4)$$

A (3)-as egyenletnek megfelelően az $\ln \varphi_{\max}$ értékeket $\ln(\ell/\ell_0)$ függvényében ábrázolva kapjuk az 1. ábrát.



1. ábra. A mért maximális szögkitérés logaritmusa ábrázolva a damilhossz logaritmusának függvényében mindegyik mérési sorozat esetén. A satírozott 1σ -sáv jelöli az illesztés bizonytalanságát.

Az illesztésből meghatározható a meredekség, ez látható a 2. táblázatban. A meredekség hibáját mi numerikusan az illesztésből becsültük; a versenyzőktől a két „még éppen illeszkedő egyenes” illesztése volt elvárt, ezek meredekségével becsülhetjük a hibát.

	α	$\Delta\alpha$
1. mérés	0,66	0,09
2. mérés	0,84	0,05
3. mérés	0,86	0,08

2. táblázat. A különböző méréssorozatokra illesztett α értékek és hibáik.

A három mérési sorozatot átlagolva kapjuk a végeredményünket:

$$\alpha = (0,78 \pm 0,07). \tag{5}$$

Az illesztésekből a függőleges tengelymetszet is meghatározható, ez jól láthatóan eltér a három mérési sorozat esetén. Mivel ez függ a kezdeti szögamplitúdótól, így nem meglepő a kapott eredmény. Az is látható, hogy a tengelymetszet nem zérus, ez is egyezik a várakozásainkkal.