Helyi forduló
2017. november 17.

XI. Dürer Verseny
Matematika feladatsor
9-10. osztályosok

C kategória

1. 10 gyerek ül egy kör alakú asztal körül, fiúk és lányok vegyesen. Minden fiútól balra egy kék pólós, minden lánytól jobbra egy zöld pólós ül. Hány lány ül az asztalnál?

2. Egy táblára felírtuk az $1, 2, 3, 4, 5$ számokat. Egy lépésben két számot letörlünk, és felírjuk helyettük az összegüket és a szorzatukat. (Így minden lépés után pontosan öt szám lesz a táblán.) El lehet-e érni néhány ilyen lépéssel, hogy a táblán
a) szerepeljen a 100-as szám?
b) legyen 3 darab 12-es?
c) legyen 4 darab 33-as?
d) éppen a $26, 32, 41, 44, 52$ számok szerepeljenek?

3. Az ABC egyenlő szárú háromszögben $AB = AC$. Legyen E az AB oldalon úgy, hogy $ACE\sphericalangle = ECB\sphericalangle = 18°$, illetve legyen D a CB oldal felezőpontja. Ha tudjuk, hogy AD hossza 3 egység, akkor milyen hosszú CE?

4. A különböző pozitív egészekből álló (p, q, r) számhármast *illusztris*nak nevezzük, ha $p \mid q+r$, $q \mid r+2p$, és $r \mid p+3q$ is teljesül. Keressétek meg az összes illusztris (p, q, r) számhármast, ahol p, q és r is prímszám.
Megjegyzés: $x \mid y$ azt jelenti, hogy x osztója y-nak, azaz létezik olyan z egész szám, melyre $x \cdot z = y$.

5. Egy konvex n-szöget *szép*nek nevezünk, ha oldalai nem mind egyforma hosszúak, és tetszőleges belső pontjának az oldalegyenesektől mért távolságainak összege 1. Adjatok meg minden $n \geq 4$ egész számra egy szép n-szöget.

Mindegyik megoldást külön lapra írjátok, amin szerepeljen a csapat neve, kategóriája és a feladat száma. Minden helyes és megfelelően indokolt feladatmegoldás 12 pontot ér. Összesen 60 pont szerezhető. A feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésetekre. Jó versenyzést kívánnak:

a XI. Dürer Verseny szervezői