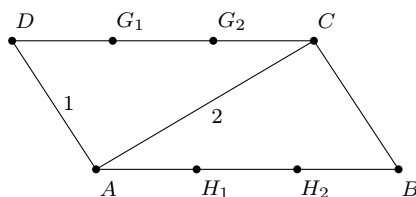




I. Dürer Matematikaverseny, 2007 – 2008
C kategória, Kifejtős forduló



1. Adott az $ABCD$ paralelogramma. Az AB oldal harmadoló pontjai: H_1, H_2 , ($AH_1 = H_1H_2 = H_2B$). A DC oldal harmadoló pontjai: G_1, G_2 , ($DG_1 = G_1G_2 = G_2C$), valamint $AD = 1, AC = 2$. Bizonyítsd be, hogy AH_2G_1 háromszög egyenlőszárú!



2. Adott egy háromszög, melynek oldalai a, b, c ; súlyvonalai s_a, s_b és s_c . Igazoljuk az alábbi egyenlőtlenséget:

$$a + b + c > s_a + s_b + s_c > \frac{3}{4}(a + b + c)!$$

3. Egy szabályos nyolcszöget paralelogrammákra bontottunk. Bizonyítsuk be, hogy a paralelogrammák között legalább 2 darab téglalap van!
4. Adott 13 természetes szám, melyekre teljesül, hogy bármelyik számot elhagyva a maradék 12 szám felosztható két, egyenlő létszámú csoportra, úgy hogy a csoportban szereplő számok összege azonos. Bizonyítsuk be, hogy ekkor mind a 13 szám egyenlő!
5. Öt darab szomszédos pozitív egész szorzata lehet-e ötödik hatvány? Hat darab szomszédos pozitív egész szorzata lehet-e ötödik hatvány?

Játék. A játékosok felváltva lépnek egy bástyával, amely a sakktábla bal felső sarkából indul. A bástya vízszintesen vagy függőlegesen bármennyit (legalább egyet) léphet, de egyszerre csak az egyik irányba. Azokat a mezőket amikre a bástya lép, illetve a lépés közben áthalad, megjelöljük, ezekre a mezőkre már nem léphetünk (át sem haladhatunk felettük). Az a játékos veszít, aki nem tud lépni.