



I. Dürer Matematikaverseny, 2007 – 2008
D kategória, Levelező forduló



1. Igazoljuk az alábbi egyenlőtlenséget, ha tudjuk hogy a és b egy derékszögű háromszög két befogójának hossza, és c ezen háromszög átfogójának hossza:

$$3a + 4b \leq 5c.$$

Mikor teljesül az egyenlőség?

2. A huszár a sakkban megszokott L alakban lép. Bejárásnak hívjuk, ha a huszár minden mezőn pontosan egyszer jár, körüljárásnak pedig, ha minden mezőn pontosan egyszer jár, és az utolsó mezőről visszalép a kiindulási mezőre.

Be-, illetve körbejárható-e egy 5×5 -ös tábla egy huszárral?

3. m, n pozitív egészek, valamint $p > 2$ prím. Igazoljuk, hogyha

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{p-1} = \frac{m}{n},$$

akkor p osztója m -nek.