



II. Dürer Matematikaverseny, 2008 – 2009

B kategória, Váltó



1. Adott egy $2 \times 2 \times 2$ -es, 8 kiskockából álló fehér kocka. A felületén a kiskockák lapjai közül néhányat feketére festhetünk. Legfeljeb hány kis négyzet lehet fekete, ha két élszomszédos négyzet közül legfeljebb egyet festhetünk be?
2. A Tücsök úgy felizgatta magát a Hangya viselkedésén, hogy ugrálni kezdett egy kör mentén. A kör mentén 5 pontra ugorhat, ezek negatív körüljárás irányban 1-től 5-ig számozottak. Az 5. pontból indul, és ha páratlan számú ponton áll, akkor egyet ugrik negatív körüljárás szerint, ha pedig páros számú ponton, akkor kettőt. Hol lesz a századik ugrás után?
3. Dürerék telke környékén 15 libalegelőt kerítettek el, így összesen 16 egymáshoz csatlakozó téglalap alakú telek jött létre az ábra szerint.

20		14	
	telek		12
		15	8
25	21		

Közülük hétnek a területét ismerjük, ezeket feltüntettük (az ábra nem arányos). Mekkora volt Dürerék telke?

4. A hajó és a kapitány együtt 84 évesek. A hajó ma kétszer annyi idős, mint a kapitány volt akkor, amikor a hajó annyi idős volt, mint a kapitány most. Hány éves a kapitány?
5. Egy 24 egység területű konvex négyszöget az átlói háromszögekre bontják, melyek közül két szomszédosnak a területe 3, illetve 5 egység. Mekkora a másik két háromszög közül a kisebbik területe?
6. Egy egyenes faágon egymástól egységnyi távolságra levő tizenkét hangya egységnyi sebességgel indul el. Mennyi idő alatt esik le biztosan az összes hangya a tizenegy egység hosszú faágról?
7. Egy ország városai közt repülőjáratok közlekednek, minden városból legfeljebb három járat indul ki. Emellett minden városból el lehet jutni bármelyik másikba legfeljebb egy átszállással. Legfeljebb hány város lehet az országban?
8. Egy szigeten a lovagok mindig igazat mondanak, a lókötők mindig hazudnak. A szigetnek száz lakosa és három felekezete van: a Napimádók, a Holdimádók és a Földimádók. Minden lakos, akár lovas, akár lókötő, pontosan egy felekezethez tartozik. Egy felmérés alkalmával minden lakosnak meg kellett válaszolnia a következő három kérdés mindegyikét: Te Napimádó vagy? Te Holdimádó vagy? Te Földimádó vagy? Az első kérdésre hatvan, a másodikra negyven, a harmadikra harminc IGEN válasz érkezett. Hány lovas él a szigeten?
9. Mennyi az alábbi kifejezés értéke:

$$100^2 - 99^2 + 98^2 - \dots + 2^2 - 1^2?$$

10. A pozitív egész számok közül kitöröljük azokat, amelyek tartalmazzák az egyes számjegyet. Az így kapott új listában mi áll a 2009. helyen?
11. Egy 3×3 -as táblázat minden négyzetét pirosra, kékre vagy zöldre festjük. Hányféleképpen tehetjük ezt meg, ha azt akarjuk, hogy minden sorban és minden oszlopban mindhárom szín előforduljon?



12. 840 összes pozitív osztójának összegét elosztjuk ugyanezen osztók reciprokainak összegével. Mit kapunk eredményül?

13. Írjuk fel a számokat 1-től 9-ig egy kör kerületére úgy, hogy semelyik két szomszédos szám összege se legyen többszöröse a 3, 5, 7 számok egyikének sem! Mi lesz a 9-es kisebbik szomszédja?