



II. Dürer Matematikaverseny, 2008 – 2009

C kategória, Váltó



1. Egy szó anagrammáinak nevezzük az olyan, nem feltétlenül értelmes szavakat, amelyeket az eredeti szó betűinek felcserélésével kaphatunk. Hány anagrammája van a *DURER* szónak?
2. Egy 24 egység területű konvex négyszöget az átlói háromszögekre bontanak, amelyek közül két szomszédosnak a területe 3 illetve 5. Mekkora a másik két háromszög közül a kisebbik területe?
3. Napóleon n huszárt vezet a majlandi csatába. Ha 10-esével osztja őket egy osztagba, akkor éppen eggyel több teljes létszámú csoportot tud kiállítani, mintha 11-esével osztaná fel huszárjait. Hányféle értéke lehet n -nek a pozitív egész számok körében?
4. Egy ország városai közt repülőjáratok közlekednek, minden városból legfeljebb három járat indul ki. Emellett minden városból el lehet jutni bármelyik másikba legfeljebb egy átszállással. Legfeljebb hány város lehet az országban?
5. A múlt heti vásáron ez így esett: Dürer uraság vett két pozitív egész számot, kivonta a nagyobbikból a kisebbiket és a különbséget hozzáadta a két szám összegéhez. Az eredményhez hozzáadta még a két szám szorzatát, és a hányadosukat is. Összegül 343-at kapott. Legyen a portéka ára az én két számomnak a szorzata! Nem is mert többet kérni az árus. Milyen árat szabott meg Dürer uraság?
6. 2^{2009} számjegyeinek száma x , 5^{2009} számjegyeinek száma y . Mennyi $x + y$?
7. Adott egy háromszög, melynek oldalai (méterben mérve) egymást követő egész számok. Ennek a háromszögnek a középső oldalához tartozó magassága két olyan részre osztja a középső oldalt, melyek különbsége x . Hány méter hosszú x ?
8. Határozzuk meg a 2000 darab kilences számjegyből álló szám köbében a számjegyek összegét!
9. Adott a síkon hét pont, semelyik három sincs egy egyenesen. Behúzzuk az általuk alkotott szakaszok felezőmerőlegeseit. A sík minden pontját, ahol legalább két felezőmerőleges találkozik, pirosra festjük. Legfeljebb hány piros pont keletkezhet?
10. Írjuk fel a számokat 1-től 9-ig egy kör kerületére úgy, hogy semelyik két szomszédos szám összege se legyen többszöröse a 3, 5, 7 számok egyikének sem! Mi lesz a 9-es kisebbik szomszédja?
11. Melyik a legkisebb hatjegyű négyzetszám, ami 444-re végződik?
12. Jelölje $S(n)$ az n szám számjegyeinek összegét.

$$S(S(S(2^{2009}))) = ?$$

13. Kilenc tábla csokoládét szeretnének elosztani igazságosan n gyerek között. Hány különböző n értékre lehet megvalósítani az elosztást úgy, hogy minden csokoládét legfeljebb egyszer törhetünk ketté ($n \geq 2$)?