



II. Dürer Matematikaverseny, 2008 – 2009

D kategória, Váltó



1. Szabályos, hatoldalú dobókockával kétszer egymás után dobunk. Annak a valószínűsége, hogy a második dobásunk határozottan nagyobb, mint az első $\frac{p}{q}$. Mennyi $p + q$ (p és q pozitív egészek és relatív prímek)?
2. Egy szó anagrammáinak nevezzük az olyan, nem feltétlenül értelmes szavakat, amelyeket az eredeti szó betűinek felcserélésével kaphatunk. Hány anagrammája van a *DURER* szónak?
3. Napóleon n huszárt vezet a majlandi csatába. Ha 10-esével osztja őket egy osztagba, akkor éppen eggyel több teljes létszámú csoportot tud kiállítani, mintha 11-esével osztaná fel huszárjait. Hányféle értéke lehet n -nek a pozitív egész számok körében?
4. Mennyi az alábbi kifejezés értéke:

$$100^2 - 99^2 + 98^2 - \dots + 2^2 - 1^2?$$

5. A hajó és a kapitány együtt 84 évesek. A hajó ma kétszer annyi idős, mint a kapitány volt akkor, amikor a hajó annyi idős volt, mint a kapitány most. Hány éves a kapitány?
6. Melyik a legnagyobb n pozitív egész, melyre $n \cdot (\sqrt{1000004} - \sqrt{1000001}) < 1$?
7. Adott a síkon hét pont, semelyik három sincs egy egyenesen. Behúzzuk az általuk alkotott szakaszok felezőmerőlegeseit. A sík minden pontját, ahol legalább két felezőmerőleges találkozik, pirosra festjük. Legfeljebb hány piros pont keletkezhet?
8. Mennyi a következő egyenlet pozitív gyökeinek összege?

$$2x^4 - 3x^3 - 16x^2 - 3x + 2 = 0$$

9. Adott száz valós szám, melyek összege pozitív. Legalább hány kéttagú összeg pozitív, ha a tagokat a száz szám közül választjuk?
10. Csodaországban a következő pénzermék használatosak: 1, 2, 4, 8, 16. Hányféleképpen lehet kifizetni 16-ot?
11. Kilenc tábla csokoládét szeretnénk elosztani igazságosan n gyerek között. Hány különböző n értékre lehet megvalósítani az elosztást úgy, hogy minden csokoládét legfeljebb egyszer törhetünk ketté ($n \geq 2$)?
12. Mennyi az alábbi kifejezés minimuma (x és y tetszőleges valós számok):

$$\sqrt{(x+3)^2 + (y-1)^2} + \sqrt{(x-1)^2 + (y+2)^2}?$$

13. Mennyi a következő egyenlet gyökeinek negyedik hatványainak összege:

$$x^3 - 11x + 13 = 0?$$