



II. Dürer Matematikaverseny, 2008 – 2009

C kategória, Levelező forduló



1. Ottó megtalálta 3 éves öccse készségfejlesztő játékát. A játékban kör, négyzet és háromszög alakú dolgok vannak 3 féle színben (piros, fehér, zöld). Minden lehetséges kombináció (piros kör, fehér négyzet, piros háromszög . . .) pontosan egyszer fordul elő, tehát összesen 9 darabos a készlet. Ottó szeretné, ha ezek az elemek egy 3×3 -as négyzetet alkotnának úgy, hogy minden sorban és minden oszlopban páronként különböző alakúak és színűek legyenek. Lehetséges-e ez?
2. Bizonyítsd be, hogy a következő egyenlőtlenség teljesül minden pozitív a, b, c számhármassal!

$$(a + b)(b + c)(c + a) \geq 8abc$$

Mikor teljesül az egyenlőség?

3. Ismerjük egy háromszög 3 magasságának a hosszát, szerkesszük meg a háromszöget!
4. Igaz-e, hogy minden 10-hez relatív prím (azaz sem 2-vel sem 5-tel nem osztható) számnak létezik olyan többszöröse, ami csupa egyes számjegyből áll?