Dürer Matematika- és Fizikaverseny 2009-2010
Fizika III. kategória döntő 2. forduló (számolási feladatok)

1. feladat: Adott egy kör alakú vezető (D átmérővel) ennek középpontjában egy másik kör alakú vezető (d átmérővel, és d«D). Mind a két vezető egységnyi hosszú darabjának ellenállása R. A D átmérőjű karikába áramot vezetünk az alábbi időfüggéssel: $I(t) = t * 5\frac{A}{s}$. Határozzuk meg a d átmérőjű vezetéken disszipálódó teljesítményt az időfüggvényében (P(t)=?)!

(15 pont)

2. feladat: Az ábra szerint adott az egyik végével a függőleges tengelyre rögzített l hosszú súlytalan rúd. A rúd másik végén egy m tömegű pontszerű nehezék lóg. A rendszert ω szögsebességgel forgatjuk a függőleges tengely mentén (a szokásos földi gravitációs térben).

(a) Adjuk meg ω függvényében az egyensúlyi pontot/pontokat, és azok stabilitását!

(10 pont)

(b) Adjuk meg ω függvényében a függőleges helyzet körüli kis amplitúdójú rezgések periódusidejét ($T(\omega) = ?$), amikor a függőleges állapot stabil!

(5 pont)

Segítség: Ha szükséges használjuk a $sin\alpha \approx \alpha$, valamint $cos\alpha \approx 1$ közelítést, ahol α nagyon kicsi (α-t radiánban mérjük $\alpha_{rad.} = \alpha_{fok} * \pi/180°$)!

3. feladat (egy kis statisztikus fizika): Vizsgáljunk egy gyenge B mágneses térbe helyezett fémet! Tudjuk hogy az elektronok saját mágneses momentummal (spinnel) rendelkeznek (mely vagy azonos irányú a külső térrel, vagy ellentétes, és csak ez a két állapot lehetséges). A külső tér a saját irányába próbálja rendezni a spineket, azomban ezt a hőmozgás gátolja (szétrázza). Kíváncsiak vagyunk "kis" B esetén a spinekből származó (egységnyi térfogatra jutó) mágneses momentumra($M_{spin-tot} = ?$), illetve a mágneses szuszceptibilitásra (a külső tér változásával hogyan változik a saját mágneses momentum: $\chi = \mu_0 \frac{\Delta M_{spin-tot}}{\Delta B} = ?$, ahol μ_0 a vákuum mágneses permeabilitása).

Egy elektron spinből származó mágneses momentuma: $M^{\pm}_{1e^-} = \pm g\mu_B$, ahol $g \approx 2$, μ_B a Bohr-magneton. Annak a valószínűsége, hogy az elektronnak éppen $M^{\pm}_{1e^-}$ mágneses momentuma van arányos: $P(M^{\pm}_{1e^-}) \propto e^{\frac{M^{\pm}_{1e^-} * B}{k_B * T}}$, ahol B a külső mágneses tér, k_B a Boltzman-állandó, T pedig az abszolút hőmérséklet. A spinekből származó teljes mágneses momentumot az elektrononkénti spin-mágneses momentum elektronokra való összegzéséből kapjuk, azaz:

$$M_{spin-tot} = \sum_{e^-} M^{\pm}_{1e^-}$$

(a) Számoljuk ki a spinekből származó teljes mágneses momentumot, ha térfogategységenként 10 mol ($6 * 10^24$ db) elektron esetében ($M_{spin-tot} = ?$)!

(10 pont)

(b) Számoljuk ki ugyanilyen elektronsűrűség mellett a szuszceptibilitást is ($\chi = \mu_0 \frac{\Delta M_{spin-tot}}{\Delta B} = ?$)!

(5 pont)

A feladatokhoz sok sikert kívánunk!
a szervezők

Segítség: Ha szükséges éljünk az alábbi közelítéssel: $e^x \approx 1 + x$, ha $x << 1$!