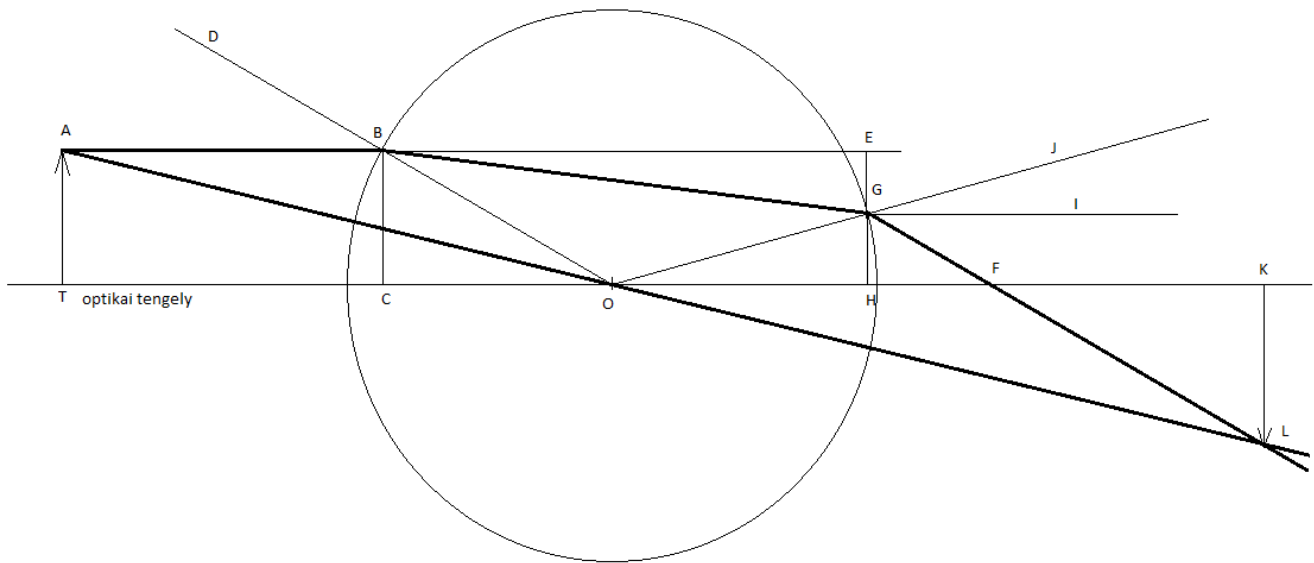


Dürer Matematika- és Fizikaverseny 2009-2010
 Fizika III. kategória döntő 1. forduló (mérés)
 1. Segítség

A gömb lencse leképzési törvénye Vegyük az ábrán vastag vonallal jelölt két nevezetes sugármenetet! (Az ábrán



1. ábra. A gömb lencse és a nevezetes sugármenetek

BC, EGH, BE, GI egyenesek csak vízszintes illetve függőleges segéd egyenesek.) Az ABD szög a beesési szög, ez legyen α , a törési szög (OBG) legyen β , a tárgy magassága (AT) legyen d , a gömblencse sugara legyen R , a tárgytávolság (TO) legyen t , a képtávolság (OK) pedig k ! Ekkor az alábbi egyenlőségek az ábra geometriájából és a Snellius-Descartes törvényből adódnak: $\alpha = ABD\angle = COB\angle = FGJ\angle$, $\beta = OBG\angle = OGB\angle$, $d = AT = BC$. Itt is használjuk (a gömb tükröknél már megszokott) α, β kicsi közelítést, azaz: $\sin\alpha \approx \alpha$ és $\sin\beta \approx \beta$. Így a törési törvény alapján: $\alpha = n * \beta$, ahol n a gömb lencsét kitöltő anyag törémutatója. Az ábra geometriájából adódik: $\frac{BC}{OB} = d/R = \sin\alpha \approx \alpha$. A GEB háromszögre figyelve:

$$\sin(\alpha - \beta) = \frac{GE}{BG} \approx \frac{GE}{2R}$$

Így a kis szögekre való közelítést használva: $GE = 2R\alpha(1 - 1/n) = 2d(1 - 1/n)$, így $GH = d(2/n - 1)$.

Így még keressük az $FGI\angle$ nagyságát, tudjuk, hogy $FGJ\angle = \alpha$, valamint $IGJ\angle = HOG\angle$. Továbbá

$$\sin(HOG\angle) \approx HOG\angle = \frac{GH}{R} = \alpha(2/n - 1)$$

Így: $FGI\angle = 2\alpha(1 - 1/n)$. Ekkor az FH szakasz hosszára: $FGI\angle = GFH\angle \approx GH/GF \approx GH/HF$, ebből $HF = \frac{GH}{2\alpha(1-1/n)} = \frac{R(2-n)}{2n-2}$ Ekkor írjuk fel a KL szakasz hosszát! A szokásos kis szöges közelítéssel:

$$KL \approx 2\alpha(1 - 1/n)FK = 2d/R(1 - 1/n) \left(k - R - \frac{R(2 - n)}{2n - 2} \right)$$



Valamint az OAT és OKL háromszögek hasonlóságából:

$$KL = d \frac{k}{t}$$

Így:

$$d \frac{k}{t} = 2d/R(1 - 1/n)(k - R(1 + \frac{(2-n)}{2n-2}))$$

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{2(n-1)}{Rn}$$

Tehát a törésmutatót az alábbi képlettel számolhatjuk: $\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{2(n-1)}{Rn}$, ahol R a gömb lencse sugara, t és k a lencse közepétől mért tárgy-, illetve képtávolság.