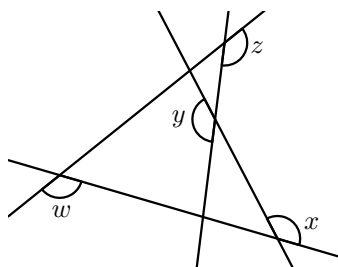




III. Dürer Matematikaverseny, 2009 – 2010
C kategória, Váltó



1. Négy egyenes az ábrán látható módon metszi egymást. A szögeket fokokban mérjük. Mennyi $x + y + z + w$ értéke?



2. x és y olyan egész számok, melyek az alábbi négy egyenlet közül hármat kielégítenek, ám mind a négyet már nem.

$$x + y = 63$$

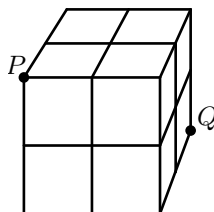
$$x - y = 47$$

$$xy = 392$$

$$\frac{x}{y} = 8$$

Mennyi x értéke?

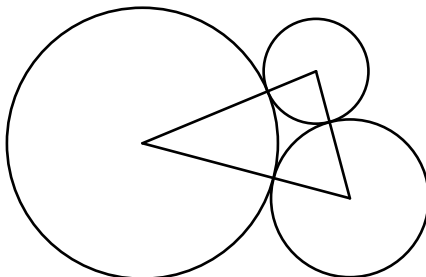
3. Egy tömör kocka minden lapját négyfelé osztjuk az ábrán látható módon. P -ből Q -ba menve a vonalakon hány lehetséges útvonal van, ha minden lépésben közelíteni kell Q felé?



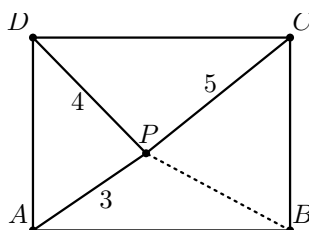
4. Egy tetraéder éleit piros és kék színekkel színezzük. Két színezést azonosnak tekintünk, ha a tetraéder egybevágósági transzformációval egymásba vihető. Hányféleképpen színezzük?



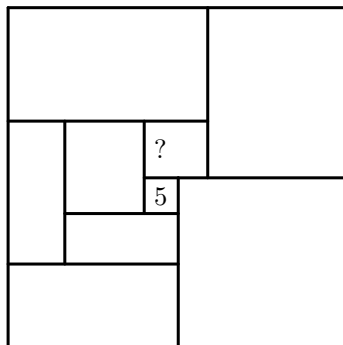
5. Az ábrán látható háromszög oldalai 8, 9 és 13 egység hosszúak. A körök érintik egymást, és a középpontjaik a háromszög csúcsai. Mekkora a legnagyobb kör sugara?



6. Hány megoldása van a pozitív egészek körében az $x + y + z = 100$ egyenletnek?
7. Adott egy P pont az $ABCD$ téglalap belsejében. $PA = 3$, $PD = 4$ és $PC = 5$. Mekkora PB hosszának négyzete?



8. Hányféleképpen lehet egy 3×3 -as négyzetet 2×1 -es és 1×1 -es részekre felbontani? Két felbontást csak akkor tekintünk különbözőnek, ha forgatással és tükrözéssel nem vihetőek egymásba.
9. Dürer rendezgeti a könyvtára egyik polcán egymás mellett álló 10 kötetét. Balról jobbra halad a polcon, először eldönti, hogy kicseréli-e az első két könyvet. Majd ugyanígy dönt a 2. és a 3. helyen álló könyv cseréjéről, és így tovább, míg a polc végére nem ér. Tehát összesen maximum 9 cserét hajt végre. Hányféle kezdő állapot lehetséges, amiből ilyen módon ügyes rendezéssel megkapható a helyes ABC -sorrend?
10. A $PQRS$ téglalap 9 kis négyzetre van osztva, az ábrán látható módon. (A rajz torzított!) Minden négyzet különböző oldalhosszúságú, a legkisebb négyzet oldala 2 egység hosszú. Hány egység hosszú a második legkisebb négyzet odala?





- 11.** Adott egy szabályos hatszög alapú egyenes hasáb. A lapokra a ráírjuk a természetes számokat egytől nyolcig (mindegyiket pontosan egyszer). Hányféleképpen tehetjük ezt meg, feltéve, hogy a forgatással egymásba vihető számozásokat azonosnak tekintjük?
- 12.** Melyik az a legnagyobb pozitív egész szám, ami nem írható fel $5x + 9y$ alakban, ahol x és y nemnegatív egészek?
- 13.** Egy szabályos dodekaédernek néhány élét kitöröljük. A megmaradt élekből álló hálózat már bejárható úgy, hogy valamennyi élen pontosan egyszer haladunk át. Legalább hány élet töröltünk?