



III. Dürer Matematikaverseny, 2009 – 2010  
D kategória, Kifejtős forduló



1. A  $0, 1, 2, \dots, 8, 9$  számjegyek felhasználásával (minden számjegyet pontosan egyszer használunk fel) - ahol megengedett a sorrend változtatása, összeadás, továbbá a számjegyek egymás mellé írása (azaz 1, 2 jegyekből készíthetünk 12-t, vagy akár 21-et is) - elérhetjük-e azt, hogy eredményül 2010-et kapjunk.

(Példa egy szabályos kifejezésre:  $239+57+14+780$ )

2. Az  $a, b$  számok, pozitív valósak, s igaz rájuk, hogy  $ab = 1$ . Igazoljuk a következő egyenlőtlenséget:

$$a^3 + b^3 + 1 \geq 2a + b^2$$

3. Három egységnyi sugarú kör mindegyike átmegy a  $P$  ponton, további metszéspontjaik pedig  $A, B$  és  $C$ . Mekkora az  $ABC$  háromszög köré írható kör sugara?

4. Le lehet-e fedni egy  $2010 \times 2010$ -es négyzetet, a tetrisből ismert  $L$ -betűvel?

5. Igazoljuk, hogy bele tudunk rakni egy tetszőleges  $0 \leq a, b, c \leq \sqrt{2}$  oldalú háromszöget egy egységkockába.

**Játék.** Két játékos felváltva tör egy tábla csokit a rácsvonalai mentén. A csokoládé kezdetben  $5 \times 10$ -es, egy lépésben pontosan egy darabot törnek ketté. Az veszít aki, az első  $1 \times 1$ -est kénytelen letörni.