IV. Dürer Matematikaverseny, 2010 – 2011
B kategória, Váltó

1. Az Ál-Dürer Versenyen három feladat volt. Minden versenyző legalább egy feladatot megoldott. Az első feladatot 14, másodikat 27, a harmadikat pedig 20 versenyző oldotta meg. A 40 versenyzőből 21-en oldottak meg legalább két feladatot. Hányan oldották meg mind a három feladatot?

2. 4 teve megy a sivatagban egymás után. Hányféleképpen mehetnek másnap, ha nem akarják megint egész nap ugyanazt a feneket bámulni?

3. Legfeljebb hány rácspontot választhatunk ki a síkon úgy, hogy semelyik két kiválasztott rácspont által meghatározott szakasz felezőpontja ne essen rácspontra?

4. Legyen A a 100 osztóinak a szorzata. Mennyi A számjegyeinek összege?

5. Az $\{1, 2, \ldots, 100\}$ számok halmazának egy H részhalmaza olyan tulajdonságú, hogy H egyik elemének a háromszorosa sincs benne H-ban. Legfeljebb hány eleme lehet H-nak?

6. Réka és Regina a piacon mindketten vettek répát és retket. Réka és Regina összesen ugyanannyi répát vett, mint retket. Réka répáinak száma megegyegyezik Regina zöldségeinek számával. Regina 8 répát vett. Hány retket vett Réka?

7. A Kata, Kati és Katalin gondolt egy-egy számra. Hogyha Kata számát összeszorozzuk Kati számával, és hozzáadjuk Katalin számát, kettőt kapunk. Hogyha Kati számát összeszorozzuk Katalin számával, és hozzáadjuk Kata számát, szintén kettőt kapunk. Sőt, ha Katalin számát összeszorozzuk Kata számával, és hozzáadjuk Kati számát, akkor is kettőt kapunk. Hányféle számhármasra gondolhattak a hölgyek?

8. Mohó Mihálynak egy 8 négyszögöl területű telke van, amely háromszög alakú. Csúcsai rendre A, B és C pontok. Mihály tükrözte telke minden oldalfelező pontját a vele szemközti csúcsra, ezzel kibővítve azt. Új telkének csúcsai a tükrözés eredményei. Hány négyszögölre növekedett Mihály telkének területe?

9. Hány olyan 6-tal kezdődő, 15 milliónál kisebb pozitív egész szám van, aminek ha letöröljük az elejéről a hatost, pontosan $\frac{1}{25}$-ödére csökken az értéke?

10. Egy $10 \times 10 \times 10$-es kockát raktunk össze üvegkockákból. Legalább hány kiskockát kell kicserélni fakockákra, ha azt szeretnénk, hogy a nagy kocka szemből, oldalról és felülről is átlátszatlan legyen?

11. 10 bandita áll a téren, bármely kettőjük között különböző a távolság. Pontban éjfélkor, mindannyian a legközelebbi banditára lőnek. Legfeljebb hányan maradhatnak állva?

12. A síkbeli koordinátarendszer $(0;0)$, $(0;1)$ és $(1;0)$ pontjain egy-egy bolha ül. Egy lépésben egy bolha átugorhatja egy társát (ilyenkor a másik bolhára vett tükörképén landol). Legkevesebb hány ugrással érheti el valamelyik bolha a $(4;4)$ pontot?

13. Hány királyt lehet egy 6×6-os táblára úgy elhelyezni, hogy mindegyik legfeljebb egy másikat üssön?