

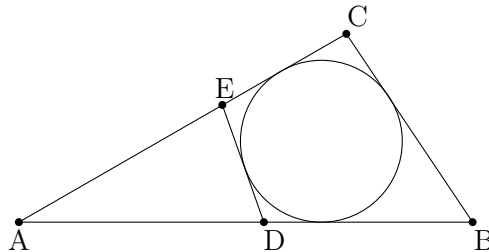


IV. Dürer Matematikaverseny, 2010 – 2011  
C kategória, Váltó



1. A Kata, Kati és Katalin gondolt egy-egy számra. Hogyha Kata számát összeszorozzuk Kati számával, és hozzáadjuk Katalin számát, kettőt kapunk. Hogyha Kati számát összeszorozzuk Katalin számával, és hozzáadjuk Kata számát, szintén kettőt kapunk. Sőt, ha Katalin számát összeszorozzuk Kata számával, és hozzáadjuk Kati számát, akkor is kettőt kapunk. Hányféle számhármásra gondolhattak a hölgyek?

2. Az ábrán látható háromszög oldalai  $AB = 6$  cm,  $BC = 3$  cm, valamint  $AC = 5$  cm. Az  $ED$  szakasz érinti a háromszög beírt körét. Hány cm az  $ADE$  háromszög kerülete?



3. 4 teve megy a sivatagban egymás után. Hányféleképpen mehetnek másnap, ha nem akarják megint egész nap ugyanazt a feneket bámulni?

4. 100 valós számról csak annyit tudunk, hogy összegük pozitív. A 100 számból képezhető 4950 db kéttagú összegből legalább hány lesz biztosan pozitív?

5. Mi az alábbi összeg 2010. számjegye a tizedesvessző után?

$$\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \frac{4}{5!} + \dots + \frac{2010}{2011!}$$

6. Egy bolha ugrál egy végtelen hosszú pálcán. Minden ugrásakor 10 cm-t ugrik, balra vagy jobbra. Hányféleképpen juthat el 10 ugrással a kiindulási helyétől 60 cm-re?

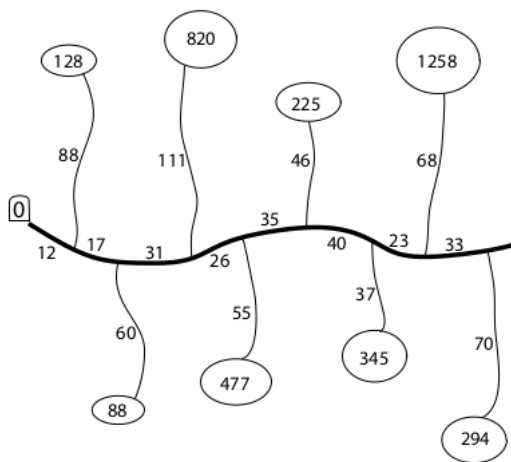
7. Hány olyan 6-tal kezdődő, 15 milliónál kisebb pozitív egész szám van, aminek ha letöröljük az elejéről a hatost, pontosan  $\frac{1}{25}$ -ödére csökken az értéke?

8. 10 bandita áll a téren, bármely kettőjük között különböző a távolság. Pontban éjfélkor, mindannyian a legközelebbi banditára lőnek. Legfeljebb hányan maradhatnak állva?



**9.** Haza Megye lakosai a következő ábra szerinti elrendezésben laknak. A főút hanyadik kilométeréhez kell tenni a megyei kocsmát, hogy (lakosonkénti) átlagos kocsmatávolság a lehető legkisebb legyen?

A lakosokat nem különböztetjük meg kocsmázási szokás szempontjából. Az útszakaszok mellett található számok a szakaszok hosszát jelölik, a távolságmérés a 0-ás kilométerkőtől indul.



**10.** Az  $1, 3, 4, 9, 10, 12, 13, \dots$  növekvő sorozat azokat és csak azokat a számokat tartalmazza, amelyek vagy 3-hatványok, vagy felírhatók különböző 3-hatványok összegeként. Mennyi a sorozat 100. eleme?

**11.** Egy  $10 \times 10 \times 10$ -es kockát raktunk össze üvegekockákból. Legalább hány kiskockát kell kicserélni fakockákra, ha azt szeretnénk, hogy a nagy kocka szemből, oldalról és felülről is átlátszatlan legyen?

**12.** Hány királyt lehet egy  $6 \times 6$ -os táblára úgy elhelyezni, hogy mindegyik legfeljebb egy másikat üssön?

**13.** A Lóvé Kulcsa Társaság mind a 70 tagja rendelkezik egy kulccsomóval. Tudjuk, hogyha bármelyikük elveszti kulccsomóját, azt nem tudja helyettesíteni egy másik tag kulccsomójával (lesz olyan kulcs, ami hiányzik). Legalább hányféle kulcsa van a társaság tagjainak összesen?