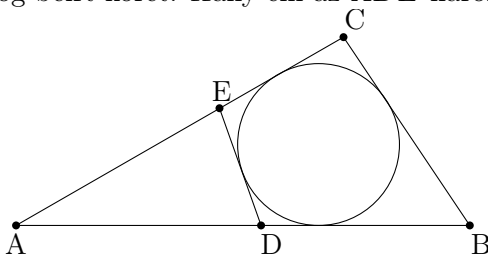




IV. Dürer Matematikaverseny, 2010 – 2011
D kategória, Váltó

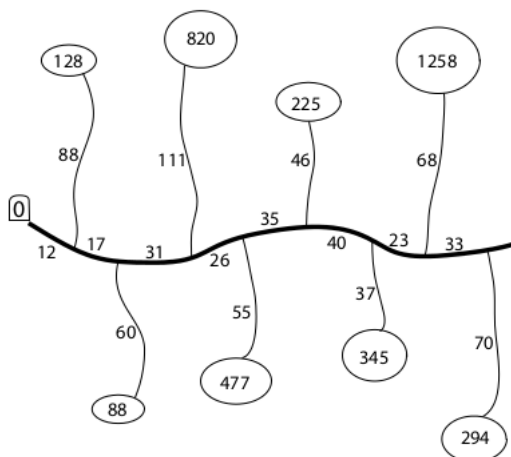


1. Áttentő Redáz azzal játszik, hogy két barna, három zöld és négy kék szemgolyót helyez egymás mellé egy sorban, de rettentőmód figyel arra, hogy a két barna egymás mellett legyen, de zöld és barna ne kerülhessen egymás mellé. Hányféle képpen rendezheti el a szemgolyókat ha tudjuk, hogy egyik szemgolyó sem származik azonos embertől?
2. Minden pozitív x, y -ra igaz, hogy $2x^2 + 18y^2 \leq kxy$. Mekkora k maximális értéke?
3. Az ábrán látható háromszög oldalai $AB = 6$ cm, $BC = 3$ cm, valamint $AC = 5$ cm. Az ED szakasz érinti a háromszög beírt körét. Hány cm az ADE háromszög kerülete?



4. Az 1, 3, 4, 9, 10, 12, 13, ... növekvő sorozat azokat és csak azokat a számokat tartalmazza, amelyek vagy 3-hatványok, vagy felírhatók különböző 3-hatványok összegeként. Mennyi a sorozat 100. eleme?
5. Egységkockákból egy $2010 \times 1474 \times 825$ -ös téglatestet építettünk, majd összekötöttük két szemközti csúcsát. Hány kiskocka van, amelynek belsejébe belemetsz a testátló?
6. 100 valós számról csak annyit tudunk, hogy összegük pozitív. A 100 számból képezhető 4950 db kéttagú összegből legalább hány lesz biztosan pozitív?
7. Haza Megye lakosai a következő ábra szerinti elrendezésben laknak. A főút hanyadik kilométeréhez kell tenni a megyei kocsmát, hogy (lakosonkénti) átlagos kocsmatávolság a lehető legkisebb legyen?

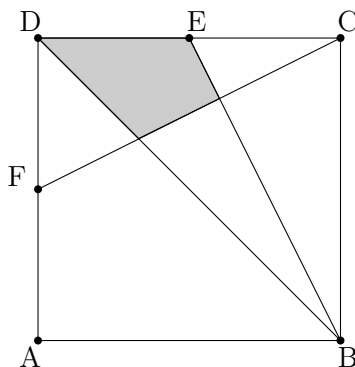
A lakosokat nem különböztetjük meg kocsmázási szokás szempontjából. Az útszakaszok mellett található számok a szakaszok hosszát jelölik, a távolságmérés a 0-ás kilométerkőtől indul.





8. Albrecht Dürer szerkesztett egy szabályos kilencszöget, amelynek oldalhossza 28 fukarc. Hány fukarc lesz a leghosszabb és legrövidebb átlójának hosszának a különbsége?

9. Az alábbi négyzet oldalhossza 30. E a CD oldal felezőpontja, F a DA oldal felezőpontja. Mennyi a sátrózott terület?



10. Hány királyt lehet egy 6×6 -os táblára úgy elhelyezni, hogy mindegyik legfeljebb egy másikat üssön?

11. Trap Pista azzal tölti szabadidejét, hogy megalkotja az Orbitális Sajtkockát edami, gouda és feta kis, azonos méretű sajtkockákból. Modzar Ella az egész Orbitális Sajtkockát elfogyasztva tökéletes ízlelőbimbóira támaszkodva megállapítja:

„A sajt $\frac{13}{72}$ része edami, $\frac{25}{48}$ része gouda.”

Tudjuk továbbá, hogy az Orbitális Sajtkocka legfeljebb 1000 feta sajt kockát tartalmaz. Hány sajtkockából áll az Orbitális Sajtkocka?

12. Bot Anikó 8×8 m-es kertjét próbálja dekorálni. Ezt úgy teszi, hogy 21 db 3×1 m-es betonlapot fektet le úgy, hogy egy 1×1 m-es terület marad szabadon kedvenc virágjának. Hányféle helyen lehet Bot Anikó kedvenc virága?

13. A Lóvé Kulcsa Társaság mind a 70 tagja rendelkezik egy kulccsomóval. Tudjuk, hogyha bármelyikük elveszti kulccsomóját, azt nem tudja helyettesíteni egy másik tag kulccsomójával (lesz olyan kulcs, ami hiányzik). Legalább hányféle kulcsa van a társaság tagjainak összesen?