



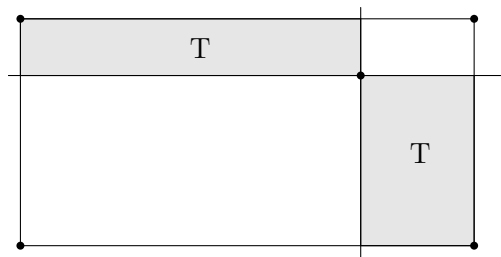
IV. Dürer Matematikaverseny, 2010 – 2011
C kategória, Levelező forduló



1. Oldjuk meg az $a^3 + b^3 + c^3 = 9abc + 4$ egyenletet az egész számok körében.
2. Egy 4×6 -os téglalapba egész számokat írunk úgy, hogy minden 2×2 -es téglalapban negatív a számok összege. Lehet-e pozitív a számok összege a nagy téglalapban? Mi a helyzet, hogyha 5×6 -os téglalapba írunk számokat?
3. 100 golyó van egy dobozban: 34 piros, 33 kék és 33 sárga. Egy lépésben a következő 5 művelet valamelyikét csinálhatjuk.
 - a) Kiveszünk egy pirosat meg egy sárgát, és berakunk helyettük egy kéket.
 - b) Kiveszünk egy pirosat meg egy kéket, és berakunk helyettük egy sárgát.
 - c) Kiveszünk két sárgát, és berakunk helyettük egy pirosat.
 - d) Kiveszünk egy sárgát meg egy kéket, és berakunk helyettük egy pirosat.
 - e) Kiveszünk két kéket, és berakunk helyettük egy pirosat.

Elérhetjük-e, hogy ilyen lépések sorozata után egy golyó maradjon a dobozban? Ha igen, milyen színű lehet ez a golyó? A lehetséges esetekre adjunk is módszert!

4. Adott egy 2010×1340 méretű rácstéglalap. Egy rácspontot *igazságosnak* nevezünk, hogyha a rajta átmenő 2 tengelypárhuzamos egyenes a nagy téglalap bal felső és jobb alsó sarkából egyenlő területű téglalapot vág le (egy ilyen pont látható az ábrán). Hány *igazságos* rácspont van a téglalap belsejében?



5. Két részre lehet-e osztani 6 egymás követő számot úgy, hogy a két részben lévő számok szorzata egyenlő? Meg tudjuk-e ezt tenni 7 egymást követő számmal?