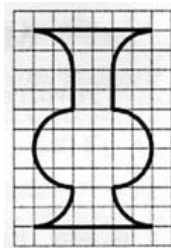




Dürer Matematikaverseny 2012 Döntő  
Matematika A kategória (5-6. osztályosok)

1. Melyik a legkisebb pozitív egész, amelynek számjegyeinek összege osztható 6-tal, de a szám maga nem osztható 6-tal?
2. Egy nagy kockát építünk 8 azonos méretű kis kockából. A kis kockák lapjai meg vannak festve pirosra és kékre, méghozzá úgy, hogy az egymással szemben lévő lapok mindig különböző színűek, azaz a piros színű lappal szemben mindig kék színű lap található. Legfeljebb mennyi teljesen piros lapja lehet a nagy kockának?
3. Egy virágbolt vázákat is árusítani kezd, ezért a kirakatára egy nagy piros váza-rajzot szeretné felfesteni. A rajzhoz a lenti tervet készítették (ami a vonalon belülre esik, azt fogják pirosra festeni). Mekkora területű lesz a pirossal fedett terület a kirakat ablakán, ha a tervrajzon egy kiskocka a kirakaton egy 10 cm oldalú négyzetként fog megjelenni?  
(Az ábrán minden görbe vonal egy negyedkör vagy egy félkör).



4. Egy folyó egyik partján két gyerek van egy csónakkal, a másik oldalon 5 felnőtt. A felnőttek át szeretnének jutni a gyerekek oldalára. A csónak egyszerre csak egy felnőttet vagy pedig két gyereket bír el. Hogyan lehet mindenkit a gyerekek oldalára juttatni?
5. Egy perzsa sahnak 100 felesége van, és a börtönében is épp 100 rab sínylődik, 1-től 100-ig számozott cellákban. A cellák zárjai "kétállásúak": ha egyet fordítanak rajtuk, a bezárt ajtó kinyílik, a nyitott ajtó bezáródik. A sah születésnapján a 100 feleség mindegyike végigvonul a börtönön, és mindegyik átfordít néhány zárat, mégpedig úgy, hogy a  $k$ -edik feleség minden  $k$ -edik záron pontosan egyet fordít. Miután mind a 100 feleség végigment a börtönön, a nyitott ajtajú cellákban lévő rabok kiszabadulnak. Milyen sorszámú cellákban laknak a szerencsések?
6. **Játék:** A kezdő játékos mond egy egész számot 1 és 3 közt. Ezután a játékosok felváltva mondhatnak (pozitív egész) számokat: a soron következő játékos mindig 1-gyel, 2-vel vagy 3-mal nagyobb számot mondhat, mint amit az előző mondott. Az veszít, aki először nagyobbat mond 40-nél.  
Ti dönthetitek el, hogy szeretnétek-e kezdeni a játékban!

*Az első öt feladat megoldása egyenként 8 pontot ér.*

*A megoldásokat indokolni kell, a puszta eredményközlés nem ér pontot. Általánosításért vagy lényegesen különböző, új megoldásért feladatonként legfeljebb +2 pont kapható.*

*A játékban a versenyzők legfeljebb háromszor mérettethetik meg magukat a szervezők ellen. Egy mérkőzés két játszmából áll: akkor győzitek le a szervezőket, ha mindkét játszmát Ti nyertek. Ha az első mérkőzést megnyeritek, akkor 8, ha csak a másodikat, akkor 4, ha pedig harmadszorra sikerül csak győzni, akkor 2 pontot kaptok (ha esetleg akkor sem, akkor 0-t).*

Sikeres versenyzést kívánunk!