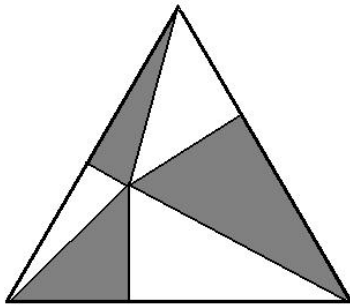


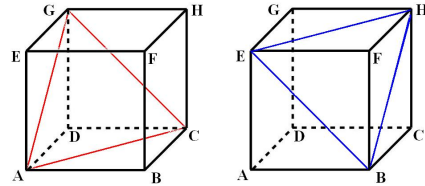


Dürer Matematikaverseny 2011 – 2012 Matematika D kategória, levelezős forduló

- Adjatok meg egy 100-nál kisebb természetes számokból álló 7-elemű halmazt, amire igaz hogy nincs két olyan részhalmaza, melyekre megegyezne a bennük levő számok összege.
- Dürer rajzolt egy szabályos háromszöget, majd rábökött egy belső pontjára. Ebből merőlegeseket állított az oldalakra, és összekötötte a csúcsokkal. Így keletkezett 6 kis háromszög, melyek közül (körben haladva) minden másodikat szürkére festett, az 1. ábrán látható módon. Mutassátok meg, hogy a szürke területek összege éppen a háromszög területének a fele!



1. ábra: Dürer rajza



2. ábra: A párhuzamos síkok

- Mutassuk meg, hogy a 2. ábrán látható kocka csúcsai által meghatározott ACG és BEH síkok párhuzamosak! Mennyi a távolságuk, ha a kocka élhossza 1 méter?
- Van egy különleges számológépünk, amin a kijelző alatt négy gomb van: $+1$, -1 , $+4$, -4 . Ha például a $+4$ gombot nyomjuk meg, akkor a gép hozzáad négyet a kijelzőn eddig levő számhoz, és az eredményt írja ki. (A többi gomb ugyanígy működik a ráírt számnak megfelelően). A számológép fő furcsasága a következő: ha egy négyvel osztható számot kellene kiírnia, azonnal felrobban. Kezdetben a számológép egyet mutat, és innen szeretnénk a 2-re eljutni, méghozzá pontosan 100 gombnyomással. Meg tudjuk-e ezt tenni?
- Az Unga-Bunga nép csak két betűt ismer: az U-t és a B-t. A nyelvükben minden szó pontosan 7 betűs. Két különböző szó legalább 3 betűben különbözik – ha nem így lenne, túl könnyen összekevernék őket. Legfeljebb hány szót használhatnak az Unga-Bungák?

A válaszokat indokolni kell!

Minden feladat helyes megoldása 10 pontot ér; másik megoldásért, általánosításért további 2 pontot lehet szerezni.

Sikeres versenyzést kívánunk!