

VI. Dürer Matematikaverseny, 2012 – 2013
A kategória, Váltó

A I. oszlop 1. Velencében van egy ötemeletes fogadó. Dürer és szolgálója, Marco a fogadó ötödik emeletén szállt meg. (A fogadóban a földszintet 0-val számozzák.) Egyik nap elkezdnek felfelé baktatni, amikor Marco a második emeleten rájön, hogy lent hagyta a bőröndöket. Leszalad érte, majd felviszi gazdájához, az ötödik emeletre. Így összesen 216 lépcsőt tett meg. Két emelet között azonos a lépcsőfokok száma. Hány lépcsőfok van összesen? (2p)

A I. oszlop 2. Dürer postakocsival utazik Velencébe. A kocsihoz öt kerék van, egyet mindig felrak tartaléknak a csomagtartóba. A kerekeket időnként lecseréli az ötödikre, úgy, hogy a megérkezésig minden kerék ugyanannyit fusson. Velence 480 km-re van. Hány kilométert fut egy kerék? (3p)

A I. oszlop 3. Dürer Velence híres hídján, a Rialto hídon szeretne átkelni. A hídon a vámszedő először mindig megkétszerezi az átkelő pénzét, majd ebből elvesz 24 dukátot. Dürer egyik nap háromszor kel át a hídon, és a harmadszori fizetésnél pont elfogy a pénze. Hány dukátja volt az adott nap reggelén Dürernek, mielőtt először átkelt volna? (3p)

A I. oszlop 4. Hányféleképpen lehet kiolvasni az alábbi táblázatból a DÜRER-szót? Egy betűt csak egyszer használhatunk, de bármelyik oldalszomszédos mezőre léphetünk. (4p)

DÜR
ÜRE
RER

A I. oszlop 5. Dürer megparancsolja szolgálójának, Marconak, hogy adja össze az egész számokat 1-től 200-ig. Marco el is kezdi a hosszadalmas munkát: $1 + 2 + 3 + \dots$. Később Dürer odamegy Marchohoz, hogy megnézzze, hol tart, és azt látja, hogy a lapon 3000 szerepel. Megszólal: Hmmm, ha jól látom, kihagytál egy számot! Melyik számot hagyta ki Marco? (5p)

A II. oszlop 1. Dürer az alábbi különös levelet kapta:

- | |
|---|
| <ol style="list-style-type: none">(1) Ezen a lapon 1 hamis állítás van.(2) Ezen a lapon 2 hamis állítás van.(3) Ezen a lapon 3 hamis állítás van.(4) Ezen a lapon 4 hamis állítás van.(5) Ezen a lapon 5 hamis állítás van. |
|---|

Szorozd össze az igaz állítások sorszámát! (2p)

A II. oszlop 2. Dürer velencei fogadójában, ahol megszállt, különös kártyákkal mulatnak a helyiek. A kártyák egyik felén betű van, a másik felén szám. Azok a szabályos kártyák, amelyekre a következő igaz: magánhangzó mögött páros szám van. Az asztalra az alábbi lapokat pakolták le. Legalább hányat kell megfordítanunk, hogy kiderüljön, melyek a hamisak? (3p)

A, B, C, D, E, F, 1, 2, 3, 4, 5

A II. oszlop 3. Van egy kockánk, melynek a csúcsaira számokat írtunk. A kocka éleire az élen lévő csúcsok számának összegét írjuk, a lapokra pedig a lapon elhelyezkedő éleken szereplő számok összegét. Az egész kocka száma a lapokra írt számok összege. Tudjuk, hogy a csúcsok összege 20. Mi a kocka száma? (3p)

A II. oszlop 4. Marco elkezdi 2-től egyesével felírni a számokat. Az 1-es tiltott számjegy, tehát amiben van 1-es számjegy, átugorja. Mi lesz a 253. felírt szám? (4p)

A II. oszlop 5. Dürer előtt van öt különböző pozitív egész szám, páronként összeadta őket, és az alábbi összegek jöttek ki. Mi a (nagyság szerint) középső szám? (5p)

5, 7, 8, 11, 12, 12, 13, 14, 15, 19

A III. oszlop 1. 2013 egy érdekes évszám, mert négy egymást követő számjegy szerepel benne: 0, 1, 2, 3. Mennyi a következő és az előző ugyanilyen számjegyekből (0, 1, 2, 3) álló évnek a különbsége? (2p)

A III. oszlop 2. Velencében a különféle kereskedők a fahéj lejáratí idejét 'hónap nap' vagy 'nap hónap' sorrendben tüntetik fel. Emiatt gyakran összekeverednek az emberek, hogy például az adott dátum vajon január másodika vagy február elseje. Hány olyan dátum van az évben, ami keveredést okozhat? (3p)

A III. oszlop 3. Melyik az a legkisebb pozitív egész szám, amely számjegyei szorzatának a kétszeresével egyenlő? (3p)

A III. oszlop 4. Hány olyan háromszög van, amelynek oldalai centiméterben mérve egész számok, és egyik oldala sem hosszabb 4 cm-nél? (Két háromszöget azonosnak tekintünk, ha oldalhosszaik ugyanazok.) (4p)

A III. oszlop 5. Dürer kimegy a piacra és elbeszélget az egyik tojást áruló nénivel. Marika néni kétféle tojást árul: tyúk tojást és kacska tojást. Összesen 6 kosara van, egy kosárba csak azonos fajta tojást tesz. A kosarakban a tojások száma a következő: 6, 4, 12, 13, 22, 29. Dürer megveszi az egyik kosárból az összes tojást, erre a néni felkiált: most kétszer annyi tyúk tojásom van, mint kacska! Hány tyúk tojása van Marika néninek Dürer vásárlása után? (5p)