



Matematika C kategória (9-10. osztályosok) 2013. február 8.

1. Dürer saját használatra a szokásos négy alapművelet mellé bevezetett egy ötödiket, amelyet \oplus -al jelölt. Nem tudjuk, hogy ez az alapművelet mit csinál, de tudjuk, hogy minden x, y esetén teljesülnek a következők :

1. $x \oplus 0 = -x$

2. $x \oplus y = y \oplus x$

3. $(x + 1) \oplus y = (x \oplus y) + y - 1$

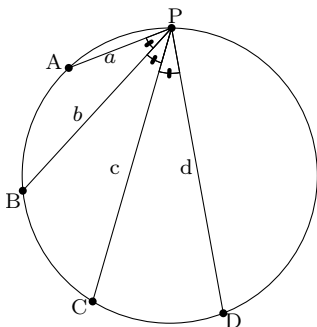
Ezen szabályok esetén mennyi volt Dürernél $6 \oplus 6$?

2. Legalább hány mezőt kell kijelölni egy 4×4 -es táblázatban, hogy ha tetszőlegesen eltörlünk két sort és két oszlopot, maradjon még kijelölt mező?

3. Adj meg egy 100 tagú számtani sorozatot, hogy semelyik néhány tag összege ne legyen négyzetszám!

4. Van 14 érménk. Ezek közül 7 rossz és 7 jó. A rosszak egyforma súlyúak, és könnyebbek, mint a jók, amelyek szintén egyforma súlyúak. Ezeket az információkat tudja a bíró. A szakértő azt is tudja, melyik a 7 rossz érme. Hogyan tudja egy kétkarú mérleg segítségével, 3 méréssel bebizonyítani a bírónak, hogy valóban azok a rosszak?

5. Az A, B, C, D, P pontok az ábrán látható módon egy körvonalon fekszenek úgy, hogy $\angle APB = \angle BPC = \angle CPD$. Bizonyítsd be, hogy a szakaszok hosszát a, b, c, d -vel jelölve $\frac{a+c}{b+d} = \frac{b}{c}$.



6. (Játék) Két játékos felváltva vesz el néhány kavicsot egy kupacból. Minden lépésben legalább egy kavicsot el kell venni. Kezdetben 56 kavics van a kupacban, és az veszít, aki nem tud szabályosan lépni. A szabályok : Az első legfeljebb 55 kavicsot vehet el; majd mindenki szigorúan kevesebb, mint kétszer annyit, mint a másik játékos az előző lépésben.

Győzzétek le a szervezőket kétszer egymás után ebben a játékban! Ti dönthetitek el, hogy szeretnétek-e kezdeni.

Mindegyik megoldást külön lapra írjátok, amin szerepeljen a csapat neve, kategóriája, és a feladat száma. A feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésetekre. A verseny alatt tilos a számológép, mobiltelefon és egyéb elektronikus eszközök használata. Jó versenyzést kívánunk: