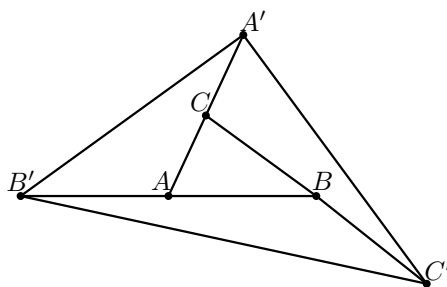




Dürer Matematikaverseny 2012 – 2013

C kategória, levelező forduló

1. Egy háromszög mindegyik oldalát ugyanabban a körüljárási irányban meghosszabbítjuk az adott oldal hosszával az ábrán látható módon. A végpontok összekötésével kapott háromszög területe hányszorosa az eredeti háromszög területének?



2. Dürer sokáig Nürnberg városában lakott, a Pegnitz folyó partján. Egy nap elhatározta, hogy meglátogatja egy kedves barátját, aki szintén a folyó partján lakott. Választhatott, hogy sétál vagy a csónakjában evez. Mivel a gyalogút a folyó partján halad, így a megteendő távolság is pontosan ugyanakkora. Tudta, hogy állóvízen éppen akkora sebességgel evez a csónakján, mint amilyen gyorsan sétál, de a folyó sebessége a folyón lefelé haladva a csónakkal hozzáadódik az evezés sebességéhez, a folyón felfelé haladva levonódik belőle. Ha a látogatás után hazafelé is ugyanúgy kell utaznia, akkor melyik utazási módot ajánljuk neki, hogy az oda-vissza út összesen a lehető legkevesebb időbe teljen?

3. Egy négyzetrács rácspontjai 4 sort és 19 oszlopot alkotnak. Dürer a 76 darab rácspont mindegyikét kiszínezte kékre, zöldre, vagy pirosra. Bizonyítsátok be, hogy mindig található olyan téglalap, amelynek oldalai a vízszintes vagy függőleges rácsegyenesekkel párhuzamosak, és a csúcsai egyforma színű rácspontok.

4. Egy 8×8 -as táblázat minden mezőjében eleinte egy pozitív egész szám áll. Kétféle műveletet végezhetünk a táblázaton:

- egy tetszőleges sor minden tagját megszorozzuk kettővel, vagy
- egy tetszőleges oszlop minden tagjából kivonunk egyet.

Bizonyítsátok be, hogy a műveletek alkalmazásával elérhető, hogy a táblázat minden mezőjébe 0 kerüljön.

5. Legyen n egy 9-cel osztható 6 jegyű szám. Bizonyítsátok be, hogy $111111 \cdot n$ tízes számrendszerbeli alakjában szerepel a 9-es számjegy.

Mindegyik feladat részletesen indokolt megoldása 10 pontot ér. Általánosításért, lényegesen különböző második megoldásért feladatonként további 2 pont szerezhető. A feladatok megoldásához minden írásos és elektronikus segédeszköz igénybe vehető. Sikeres versenyzést kívánunk!