Döntő, váltó
Matematika C kategória

VII. Dürer Verseny, 2014. február 8.

C1 Egy futópálya mentén egyenlő távolságokra 12 zászlót tűztek le. A verseny az első zászlótól indul, a cél a 12. zászlónál van. Az egyik futó a 6. zászlót 15 másodperc alatt érte el. Hány másodperc alatt futotta végig a pályát, ha végig egyenletes sebességgel haladt? (3 pont)

C2 Adott a síkban két pont, A és B egymástól 6 egység távolságra. Hány olyan egyenes van a síkban, amely az A ponttól 2, a B ponttól pedig 3 egység távolságra van? (3 pont)

C3 Egy biciklista kiszámolta, hogy ha 30km/h-val teker, akkor 11-re, ha 20km/h-val, akkor délután 1-re ér célba. Mennyivel kell tekernie, ha pontosan délben szeretne befutni? (3 pont)

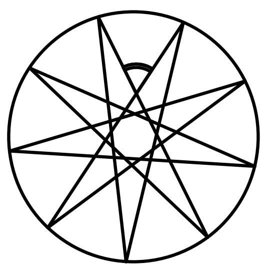
C4 Egy tanár kijavította a matekdolgozatokat, az eredmények 71, 76, 80, 82, 91 lettek. Valamilyen sorrendben számítógépbe írta a pontszámokat, és megfigyelte, hogy az első néhány pontszám átlaga mindig egész volt. Melyik pontszámot írta be utoljára? (3 pont)

C5 Van egy 10 kérdésből álló teszt, ahol minden kérdésre igennel vagy nemmel lehet válaszolni. Akármilyen sorrendben adunk 5 igen és 5 nem választ, legalább 4 találatunk lesz. Hányféle lehet a teszt megoldókulcsa? (3 pont)

C6 Dürer egy egyenes folyó partján háromszög alakú telket szeretne bekeríteni. A feladat elvégzéséhez 20 méter kerítése van. A folyó felőli részhez nem kell kerítést felhasználnia, a folyó kellő védelmet nyújt. Hány négyzetméter lehet maximálisan a bekerített rész területe? (4 pont)

C7 Egy konvex négyszög három oldalának hossza $1, 4$ és 8 egység, és a negyedik, leghosszabb oldal hosszát jelöljük x-szel. Mennyi x^2, ha a négyszög átlói merőlegesek egymásra? (4 pont)

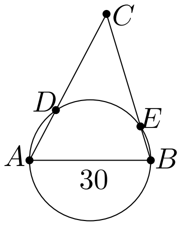
C8 Mekkora a szabályos 9 ágú csillag ábrán jelölt külső szöge? (4 pont)



C9 Egy sorozat első két eleme $a_1 = 1$ és $a_2 = 2$. A további elemeket mindig a két megelőző elemből számoljuk a következő módon:$a_{n+2} = \textbf{szjö}(3 \cdot a_n + a_{n+1})$, ahol $\textbf{szjö}(x)$ az x számjegyeinek összege. Például a_3 értéke $3 \cdot a_1 + a_2$ számjegyeinek összege, vagyis 5. Mennyi a_{2014} értéke? (5 pont)

C10 Hány olyan 7-tel osztható hétjegyű szám van, amiből kitörölve bármelyik számjegyét egy 7-tel osztható hatjegyű számot kapunk? (5 pont)

C11 Legyen $AB = 30$ az ábrán látható kör átmérője. Ha $CE = 3EB$, és $DC = 2DA$, akkor mennyi az ABC háromszög területe? (5 pont)



C12 Hányféle értéket kaphatunk az $1 : 2 : 3 : 5 : 7 : 11 : 13$ különböző (értelmes) zárójelezéseivel? (Egy zárójelezésben minden formulabeli osztáshoz egy zárójelpár tartozik; a nyitó zárójel és a kettőspont közötti érték az osztandó, a kettőspont és a záró zárójel közötti rész az osztó.) Például: $(((1 : 2) : ((3 : 5) : 7)) : (11 : 13))$. (5 pont)

C13 Az $a, b, x, y \geq 0$ valós számokról a következőket tudjuk:

- $ax \leq 100$
- $ay \leq 100$
- $bx \leq 100$
- $by \leq 50$

Mennyi lehet legfeljebb $ax + ay + bx + by$ értéke? (6 pont)

C14 Egy fehér és egy fekete színű futót hányféleképpen helyezhetünk el a 8×8-as sakktáblán, hogy ne üssék egymást? A tábla elforgatásával egymásba vihető állások különbözőnek számítanak. (6 pont)

C15 Az $1, 2, 3, \ldots, 10$ számokat hányféleképpen lehet sorba rakni úgy, hogy pontosan egyszer forduljon elő olyan, amikor egy szám után közvetlenül egy nála kisebb következik?
Például: $2, 5, 6, 9, 10, 1, 3, 4, 7, 8$ egy lehetséges sorbarendezés. (6 pont)

Megoldókulcs:

C-1.	33	C-6.	50	C-11.	540
C-2.	4	C-7.	79	C-12.	32
C-3.	24	C-8.	60	C-13.	300
C-4.	80	C-9.	11	C-14.	3472
C-5.	22	C-10.	32	C-15.	1013