

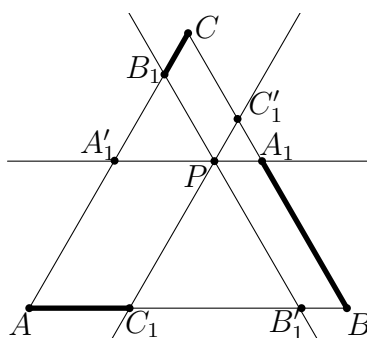


## Matematika C kategória (9-10. osztályosok) 2014. február 7.

1. Lehet-e 10 egymást követő pozitív egész szám összege

- a) prímszám
- b) négyzetszám?

2. Legyen az  $ABC$  szabályos háromszög egy tetszőleges belső pontja  $P$ . A  $P$  ponton keresztül húzzunk párhuzamost az oldalakkal:  $A_1A_1' \parallel AB$ ,  $B_1B_1' \parallel BC$ , illetve  $C_1C_1' \parallel CA$ . Bizonyítsd be, hogy az  $|AC_1| + |BA_1| + |CB_1|$  hossz független a  $P$  pont választásától!



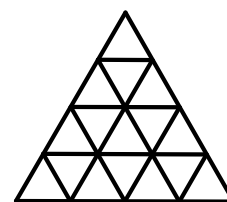
3. Albert  $A$  és  $B$  betűkből álló halandzsaszavakat írt egy táblára egymás után:  $A, B, AB, BAB, ABBAB, BABABBAB \dots$  A következő szót mindig úgy képezte, hogy az utolsó két szót egymás mögé írta. A századik szó után elfáradt, ezért inkább elment aludni. Igazold, hogy ha a második szótól kezdve kitöröljük a vesszőket és összeolvassuk a szavakat, akkor palindrom kifejezést kapunk, azaz olyat, ami visszafele olvasva ugyanaz, mint előrefele.

4. Adott a síkon  $n \geq 3$  db egyenes, melyek között nincsenek párhuzamosak, és nem megy át az összes egy ponton. Egy az egyenesek által meghatározott háromszöget üresnek nevezünk, ha a belsején nem halad át egyenes. Bizonyítsd be, hogy minden  $e$  egyeneshez van olyan üres háromszög, amelynek  $e$  az egyik oldalegyenese!

5. Bizonyítsd be, hogy egy tetszőleges pozitív egész számnak legalább annyi 1-re vagy 9-re végződő osztója van, mint 3-ra vagy 7-re végződő.

6. (Játék)

Két játékos felváltva satíroz be az ábrán egy-egy kis háromszöget. Nem szabad olyan háromszöget satírozni, amivel oldalszomszédos már be van satírozva. Az veszít, aki nem tud satírozni. Győzzétek le a szervezőket kétszer egymás után ebben a játékban! Ti dönthetitek el, hogy szeretnétek-e kezdeni.



*Mindegyik megoldást külön lapra írtátok, amin szerepeljen a csapat neve, kategóriája, és a feladat száma. A feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésetekre. A verseny alatt tilos a számológép, mobiltelefon és egyéb elektronikus eszközök használata. Jó versenyzést kívánunk!*