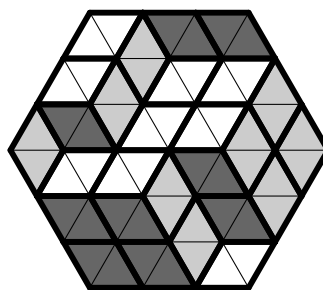
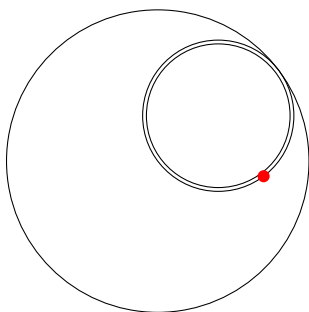




Matematika D kategória (11-12. osztályosok) 2014. február 7.

1. Adott tíz chip, amik közül öt jó és öt rossz. Rendelkezésre áll egy gép, amibe egyszerre két chipet rakhatunk bele. Ha mind a két chip jó, akkor a gép azt is mondja, hogy jókat raktunk bele. Sajnos ha két rosszat raktunk bele, akkor is azt mondja, hogy a chippek jók. Ha viszont egy jót és egy rosszat raktunk bele, akkor azt jelzi, hogy a chippek rosszak. El tudjuk-e dönteni a gép használatával, hogy a tíz chip közül melyek a jók?

2. Egy rögzített kör belső felületén csúszásmentesen végiggördül egy fele akkora sugarú kerék. A kerék kerületén pirossal megjelöltünk egy pontot. Igazoljuk, hogy a piros pont a kerék forgása során egy szakaszon mozog.



3. Egy 3 oldalhosszúságú szabályos hatszöget csempézünk 1 oldalhosszúságú rombuszokkal. Lássuk be, hogy bárhogyan is tesszük ezt, a három különböző irányba álló rombuszokból ugyanannyit kell használnunk.

4. Van-e olyan négyzetszámokból álló, szigorúan monoton növekvő végtelen sorozat, amelyben bármely két szomszédos tag összege is négyzetszám?

5. Melyek azok az a pozitív egészekből álló $x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1}$ sorozatok, melyekre

- $x_i + x_{n-i} = 2014$
- ha $x_i + x_j < 2014$ (nem feltétlen különböző indexek), akkor alkalmas k -val $x_k = x_i + x_j$

6. (Játék) Van négy kupac kavics, 6, 7, 8 és 9 kavicsal. Egy lépésben egy játékosnak ki kell választania két kupacot, és ezekből elvennie néhány (egyik kupacból se 0) kavicsot. A két kupacból elvett kavicsok száma lehet különböző. Az vesz, aki nem tud lépni (tehát az nyer, akinek a lépése után már csak legfeljebb egy kupacban marad kavics).

Győzzétek le a szervezőket kétszer egymás után ebben a játékban! Ti dönthetitek el, hogy szeretnétek-e kezdeni!

Mindegyik megoldást külön lapra írjátok, amin szerepeljen a csapat neve, kategóriája, és a feladat száma. A feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésetekre. A verseny alatt tilos a számológép, mobiltelefon és egyéb elektronikus eszközök használata. Jó versenyzést kívánunk: