



Matematika D kategória (11-12. osztályosok) – Levelező forduló Beküldési határidő : 2013. November 25.

1. Legyen S véges sok pozitív egész számból álló halmaz, amelyre teljesül, hogy minden 3-elemű részhalmazának van két olyan eleme, melyek összege is S -ben van. Legfeljebb hány eleme lehet S -nek?
2. Legyen a és b pozitív egész. Lehetséges-e, hogy $a^2 + 2b$ és $b^2 + 2a$ is négyzetszám?
3. Az $ABCDEFGH$ egy 10 egység oldalú szabályos nyolcszög. Az A középpontú AC sugarú kör és a D középpontú CD sugarú kör C -n kívüli metszéspontja I . Mekkora az IF szakasz?
4. Adott hét pont a síkon, melyek közül semelyik három sincs egy egyenesen. Le lehet-e mindig rakni 3 egyenest úgy, hogy a keletkező síkdarabokban egy-egy pont legyen?
5. Nyolc hétpettyes katicabogár játszik egy tündérrel. A katicák körbe állnak, majd a tündér minden katica minden pöttyét átfesti a szivárvány hét színének valamelyikére (külön-külön és egymástól függetlenül). Minden katica látja a többiek pöttyeinek színét, de a sajátjait nem. Ezután megpróbálják kitalálni a pöttyeik színét a következőképpen: Az óramutató járása szerint haladva minden bogár az alábbi két cselekedet egyikét hajtja végre:
 1. (tippelés) Egyik saját pöttyének megtippelheti a színét ha korábban még nem tippelt rá.
 2. (segítség) Segíthet egy társának azzal, hogy megmondja a társ egyik pöttyének a színét (igazat kell mondani).

A katicák akkor nyertek, ha minden katica helyesen megtippelte az összes pöttyének színét. Ha egyetlen rossz tipp is elhangzik, a katicák vesztek. Mielőtt a tündér befesti a katicák pöttyeit, a katicák megállapodhatnak egy stratégiában. Mennyi az a legkevesebb segítség, amivel a katicák bármely színezés mellett meg tudják nyerni a játékot?

Megoldásokat kizárólag elektronikusan fogadunk el a <http://www.durerinfo.hu/> honlapon keresztül elérhető feltöltési rendszerben. Mindegyik feladat részletesen indokolt megoldása 10 pontot ér. Általánosításért, lényegesen különböző második megoldásért feladatonként további 2 pont szerezhető. A feladatok megoldásához minden írásos és elektronikus segédeszköz igénybe vehető, de csak pontos hivatkozással. Sikeres versenyzést kívánunk: